CÁLCULOS ALGEBRAICOS

CÁLCULOS BÁSICOS

En los siguientes ejemplos se muestran cálculos numéricos, cálculos simbólicos y una combinación de ellos.

Ejemplo 1

En este ejemplo se observa el resultado simbólico y numérico que se da al problema de resolver $2+\frac{1}{7}$

Resultado simbólico:

$2+\frac{1}{7}=\frac{15}{7}$

Resultado numérico (con una aproximación de 5 dígitos)

$2+\frac{1}{7}\rightarrow 2.1429$

Ejemplo 2

Para el cálculo de factorial de 20 tenemos los siguientes resultados:

Resultado simbólico:

$factorial(20)=2432902008176640000$

Resultado numérico:

$factorial(20)\approx 2.4329\,10^{18}$

Ejemplo 3

En lo siguiente ejemplo se muestra el uso exclusivo de variables algebraicas (simbólicas):

$3\,x+5\,x=8\,x$

$2\,y+2\,x+y-x=3\,y+x$

Ejemplo 4

En ejemplo que sigue se muestra uso de la función ***expand*** con una variable que contiene un valor numérico previamente asignado:

$m:=3:$
$expand\left((m+n)^2\right)=9+6\,n+n^2$

EXPANSIÓN ALGEBRAICA

Ejemplo 5

A continuación se muestran algunas ejemplos de desarrollo algebraico utilizando la función e***xpand:***

$expand\left((x+y)^2\right)=x^2+2\,x\,y+y^2$

$expand\left((x+y)^3\right)=x^3+3\,x^2\,y+3\,x\,y^2+y^3$

$expand\left((x+y)^4\right)=x^4+4\,x^3\,y+6\,x^2\,y^2+4\,x\,y^3+y^4$

$expand\left((x+y)^5\right)=x^5+5\,x^4\,y+10\,x^3\,y^2+10\,x^2\,y^3+5\,x\,y^4+y^5$

Ejemplo 6

Ejemplos para realizar operaciones algebraicas utilizando la función ***expand***:

$expand(2 \cdot (2\,x + 2)) = 4\,x + 4$

$expand(x^2 \cdot (3 + x)) = 3\,x^2 + x^3$

$expand((x + 1) \cdot (x - 1)) = x^2 - 1$

FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA

Ejemplo 7

Factorización de polinomios:

$factor(x^3 + x^2 + x) = x\,(x^2 + x + 1)$

$factor(3 \cdot a^3 + 6 \cdot a^6) = 3\,a^3\,(1 + 2\,a^3)$

Ejemplo8

Factorización de diferencia de cuadrados:

$factor((x^2 - y^2)) = (x + y)\,(x - y)$

$factor((4x^2 - y^2)) = (2\,x - y)\,(2\,x + y)$

Ejemplo 9

Factorización de trinomios cuadrados perfectos:

$factor((x^2 + 2\,x \cdot y + y^2)) = (x + y)^2$

$factor(9 - 6\,x + x^2) = (x - 3)^2$

Ejemplo 10

Factorización de trinomios de la forma $x^2 + b \cdot x + c$:

$factor((x^2 + 5\,x + 6)) = (x + 3)\,(x + 2)$

$factor((x^2 + 7\,x + 10)) = (x + 5)\,(x + 2)$

SIMPLIFICACIÓN ALGEBRAICA

Ejemplo 11

La función ***simplify*** se utiliza para simplificar expresiones algebraicas complejas:

$$\mathit{simplify}\left(\frac{x-1}{x-1-\dfrac{x}{1-\dfrac{x}{x-1}}}\right)=\frac{1}{x+1}$$

$$\mathit{simplify}\left(\frac{x+2}{x^2+7\,x+10}\right)=\frac{1}{x+5}$$

ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejemplo 1

Resolver la ecuación lineal $6\,x - 7 = 2\,x + 1$

$solve(6\,\mathrm{x} - 7 = 2\,\mathrm{x} + 1) = 2$

Que corresponde al valor de $x = 2$.

Ejemplo 2

Resolver la ecuación cuadrática $x^2 - 7\,x + 10 = 0$

$solve\left(x^2 - 7\,x + 10\right) = 5, 2$

Que corresponden a los valores de $x = 5$ y $x = 2$.

Ejemplo 3

Resolver la ecuación cuadrática $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$solve\left(a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0, x\right) = -\frac{1}{2}\,\frac{b - \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{a}, -\frac{1}{2}\,\frac{b + \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{a}$$

Ejemplo 4

Resolver la ecuación cuadrática $a \cdot x^2 - 3 \cdot x = 2 + a - x$

$$solve\left(a \cdot x^2 - 3 \cdot x = 2 + a - x, x\right) = -1, \frac{2 + a}{a}$$

Ejemplo 5

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$x + y + z = 6, x - y + 2\,x = 5, x - y - 3\,x = 10.$

$$x + y + z = 6, 3\,x - y = 5, -2\,x - y = 10. \qquad \textbf{(1)}$$

(Observe el uso de las llaves {} para delimitar el sistema de ecuaciones):

$$solve(\{x + y + z = 6, x - y + 2\,x = 5, x - y - 3\,x = 10\}) = \{z = 15, x = -1, y = -8\}$$

Ejemplo 6

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$x^2 - y = 3, x^2 + 2\,x - 3\,y = 5.$

$$x^2 - y = 3, x^2 + 2\,x - 3\,y = 5. \qquad \textbf{(2)}$$

$$solve\left(\{x^2 - y = 3, x^2 + 2\,x - 3\,y = 5\}\right) = \{y = -2, x = -1\}, \{y = 1, x = 2\}$$

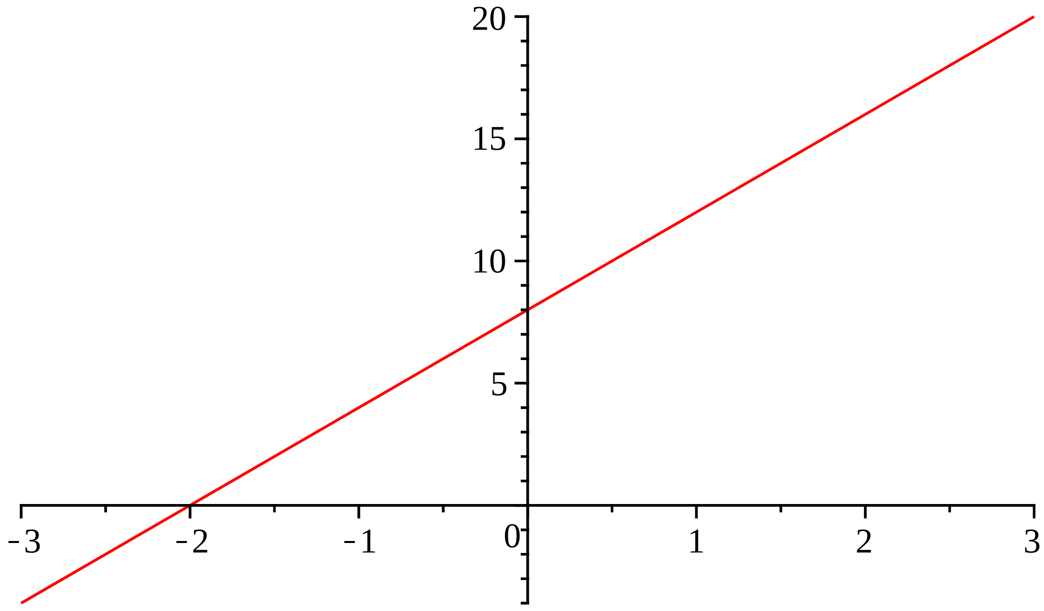
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UNA SOLA FUNCIÓN

Ejemplo 1

Representar gráficamente la función $f(x) = 4x + 8$, en el rango de $x = -3$ *a* $x = 3$.

$plot(4x + 8, x = -3..3)$



Ejemplo 2

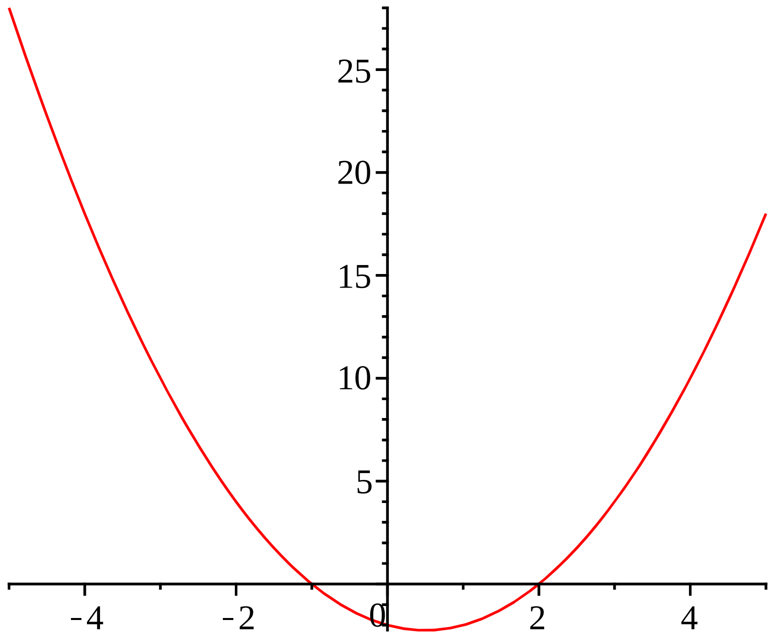
Encontrar los puntos de corte en el eje X de la siguiente ecuación $f(x) = x^2 - x - 2$.

Representaremos la función en la notación de Maple para simplificar la graficación:

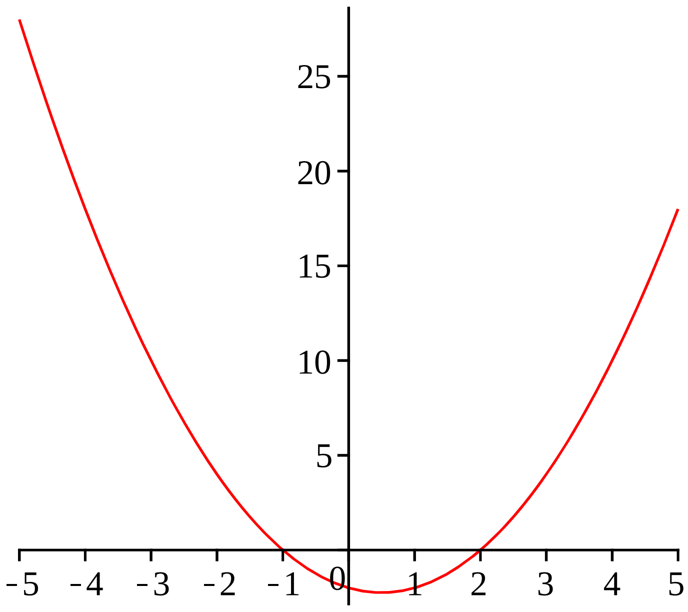
$f := x \rightarrow x^2 - x - 2$

$$x \rightarrow x^2 - x - 2 \tag{3}$$

$plot(f, -5..5)$



Se puede realizar un acercamiento a la gráfica anterior para observar más claramente los puntos de corte en el eje X.



La función ***solve*** da la siguiente solución para la ecuación anterior:

$solve(f(x)) = 2, -1$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE DOS O MÁS FUNCIONES

Ejemplo 3

Encontrar la solución gráfica para el siguiente par de ecuaciones lineales: $x + y = 5$ y $x - y = 1$.

Representaremos cada una de las ecuaciones en su notación funcional y procederemos a graficarlas.

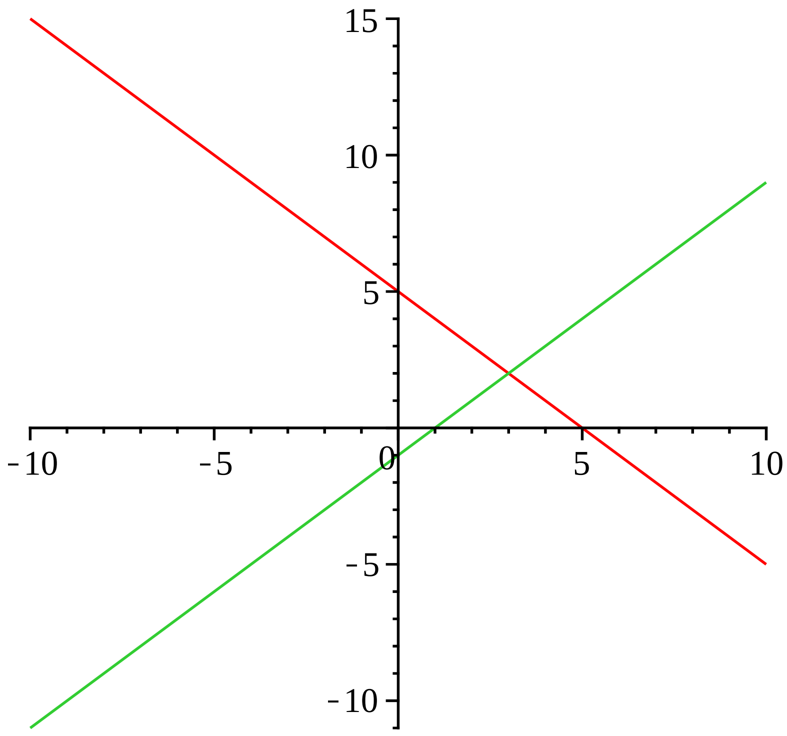
$f := x \rightarrow 5 - x$

$$x \rightarrow 5 - x \tag{4}$$

$g := x \rightarrow x - 1$

$$x \rightarrow x - 1 \tag{5}$$

$plot(\{f, g\})$



Nota. La gráfica se ha manipulado con las herramientas de acercamiento para observar más claramente las intersecciones.

Utilizando el comando solve obtenemos la siguiente solución al par de ecuaciones:

$solve(\{x + y = 5, x - y = 1\})$

$$\{y = 2, x = 3\} \tag{6}$$