

LA CIRCUNFERENCIA

APLICACIONES

Ejemplo

Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro C en el origen y que pasa por el punto $R(3, 4)$.

Inicio de variables y carga de bibliotecas:

```
restart  
with(geometry) :  
with(plots) :
```

Definimos los puntos dados:
 $point(C, 0, 0)$, $point(R, 3, 4)$

C, R

(1)

Calculamos el valor del radio con la función *distance*:

```
radio := simplify(distance(C, R))
```

5

(2)

Definimos la ecuación de la circunferencia CI a partir de las coordenadas de su centro y el radio:

```
circle(CI, [C, radio])
```

CI

(3)

Encontramos la ecuación pedida con la función *Equation*:

```
Equation(CI, [x, y])
```

$-25 + x^2 + y^2 = 0$

(4)

Los detalles de la ecuación la encontramos con la función *detail*:

```
detail(CI)
```

name of the object: CI

(5)

form of the object: $circle2d$

name of the center: C

coordinates of the center: $[0, 0]$

radius of the circle: 5

equation of the circle: $-25 + x^2 + y^2 = 0$

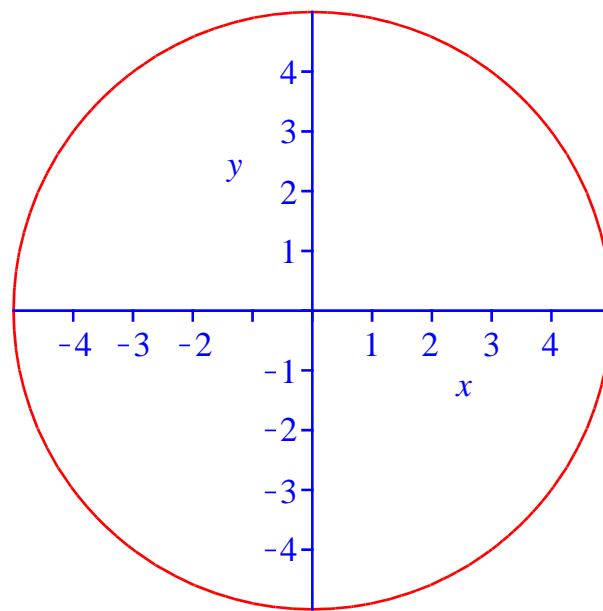
Gráfica de la ecuación:

```
eq1 := Equation(C1, [x, y])
```

$$-25 + x^2 + y^2 = 0$$

(6)

```
implicitplot(eq1, x=-20..20, y=-20..20, scaling=constrained, axes=normal, numpoints=15000, axis=[gridlines=8, color=blue])
```



Ejemplo

Encontrar la ecuación de la circunferencia cuyos extremos de su diámetro son A (-2, 1) y B (6, 5).

Inicio de variables y carga de bibliotecas:

```
restart  
with(geometry) :  
with(plots) :
```

SOLUCIÓN 1

Definimos los puntos dados:

```
point(A, -2, 1), point(B, 6, 5)
```

A, B

(7)

Calculamos la coordenadas del centro a partir de los puntos dados con la función *midpoint* y *coordinates*:
midpoint(Centro, point(A, -2, 1), point(B, 6, 5)), coordinates(Centro)

Centro, [2, 3]

(8)

Calculamos el radio con la función *distance* y utilizando uno de los puntos del diámetro dado
radio := distance(Centro, A)

$\sqrt{20}$

(9)

Definimos la ecuación *CI* de la circunferencia con la forma centro y radio de la función *circle*:
circle(CI, [Centro, radio])

CI

(10)

La ecuación la encontramos con la función *Equation*:

```
Equation(CI, [x, y])
```

$-7 + x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0$

(11)

Detalles de la ecuación:

```
detail(CI)
```

name of the object: CI

(12)

form of the object: circle2d

name of the center: Centro

coordinates of the center: [2, 3]

radius of the circle: 20^(1/2)

*equation of the circle: -7 + x^2 + y^2 - 4*x - 6*y = 0*

SOLUCIÓN 2

Forma directa para calcular la ecuación de la circunferencia pedida:

$\text{circle}(CI, [\text{point}(A, -2, 1), \text{point}(B, 6, 5)])$

CI

(13)

$\text{Equation}(CI, [x, y])$

$$-7 + x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0$$

(14)

Detalles de la ecuación:

$\text{detail}(CI)$

name of the object: CI

(15)

form of the object: circle2d

name of the center: center_{CI}

coordinates of the center: $[2, 3]$

radius of the circle: $\frac{1}{2} \cdot 80^{(1/2)}$

equation of the circle: $-7 + x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0$

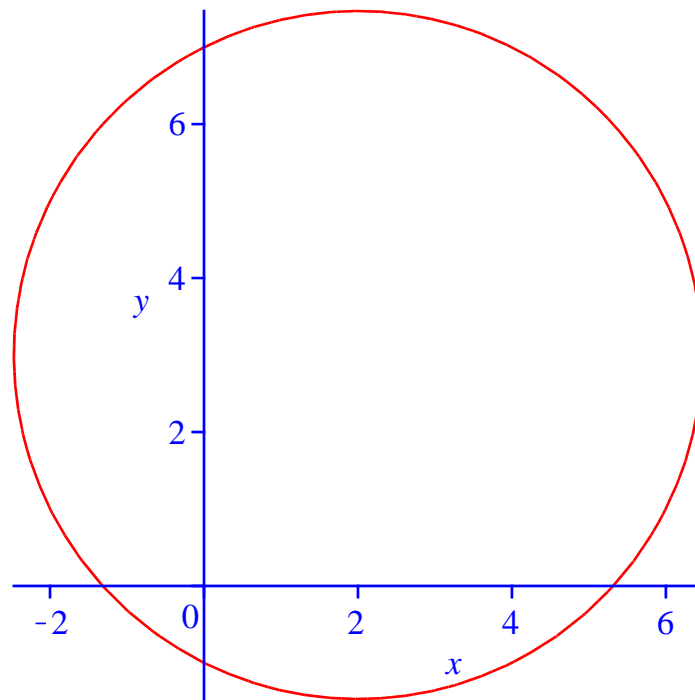
Gráfica de la función:

$eq1 := \text{Equation}(C1, [x, y])$

$$-7 + x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0$$

(16)

$\text{implicitplot}(eq1, x=-20..20, y=-20..20, \text{scaling}=\text{constrained}, \text{axes}=\text{normal}, \text{numpoints}=15000, \text{axis}=[\text{gridlines}=6, \text{color}=\text{blue}])$



Ejemplo

Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto A (1, -4) y que es concéntrica con $x^2 + y^2 - x + 10y + 18 = 0$.

Inicio de variables y carga de bibliotecas:

```
restart  
with(geometry) :  
with(plots) :
```

Definir la circunferencia *C1* dada:

```
circle(C1, x^2 + y^2 - x + 10y + 18 = 0, [x, y])
```

C1 (17)

Encontrar las coordenadas de su centro:

```
Centro := center(C1)
```

center_C1 (18)

```
coordinates(Centro)
```

Calcular el valor del **radio** a partir del centro encontrado y el punto dado:

```
radio := distance(Centro, point(A, 1, -4))
```

$\frac{1}{4} \sqrt{5} \sqrt{4}$ (19)

Definir la nueva ecuación *C2* a partir de su centro y de su radio:

```
circle(C2, [Centro, radio])
```

C2 (20)

Detalles de la ecuación encontrada

```
detail(C2)
```

name of the object: C2 (21)

form of the object: circle2d

name of the center: center_C1

coordinates of the center: [1/2, -5]

*radius of the circle: 1/4*5^(1/2)*4^(1/2)*

*equation of the circle: 24 + _x^2 + _y^2 - _x + 10*_y = 0*

Graficando la ecuación:

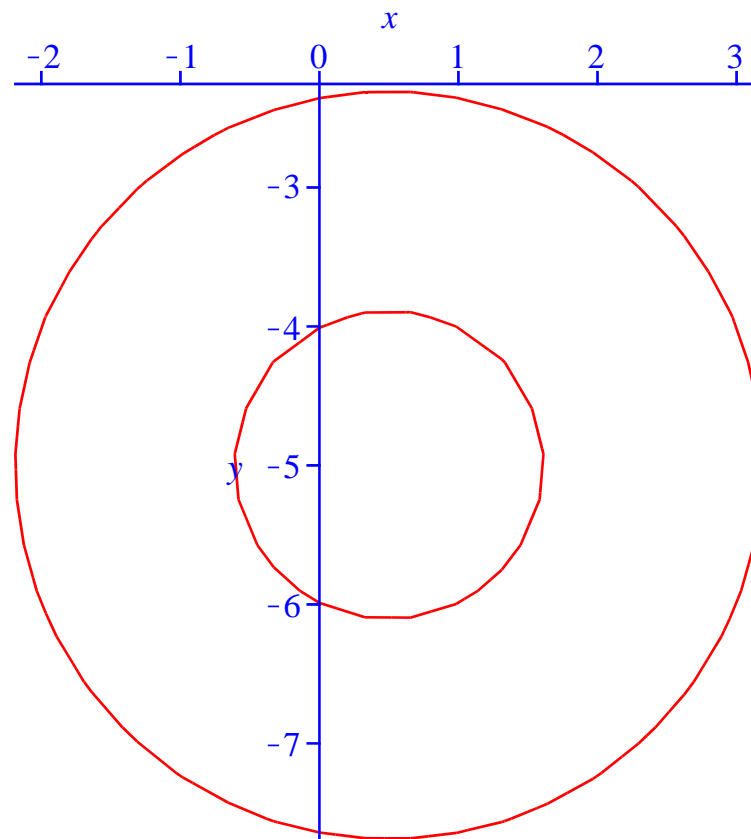
$eq1 := Equation(C1, [x, y])$

$$x^2 + y^2 - x + 10y + 18 = 0 \quad (22)$$

$eq2 := Equation(C2, [x, y])$

$$24 + x^2 + y^2 - x + 10y = 0 \quad (23)$$

$implicitplot([eq1, eq2], x=-20..20, y=-20..20, scaling=constrained, axes=normal, numpoints=15000, axis=[gridlines=8, color=blue])$



Ejemplo

Encontrar la ecuación de la circunferencia que es tangente a la recta $3x - 4y - 4 = 0$ y cuyo centro está sobre las rectas $5x - y + 7 = 0$ y $x - 4y + 9 = 0$

Inicio de variables y carga de bibliotecas:

```
restart  
with(geometry) :  
with(plots) :
```

Definimos las ecuaciones dadas:

```
line(l1, 5x - y + 7 = 0, [x, y]), line(l2, x - 4y + 9 = 0, [x, y]), line(l3, 3x - 4y - 4 = 0, [x, y])
```

$l1, l2, l3$ (24)

Determinamos las coordenadas del centro con la función *intersection*:

```
intersection(centro, l1, l2), coordinates(centro)
```

$centro, [-1, 2]$ (25)

Para calcular el radio de la circunferencia usamos la función *distance* en su forma de punto y línea:

```
radio := distance(centro, l3)
```

3 (26)

Definimos la ecuación de la circunferencia con la función *circle* en su forma centro - radio:

```
circle(C1, [centro, radio])
```

$C1$ (27)

Determinamos la ecuación de la circunferencia:

```
eq1 := Equation(C1, [x, y])
```

$-4 + x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ (28)

```
linea1 := Equation(l1, [x, y])
```

$5x - y + 7 = 0$ (29)

```
linea2 := Equation(l2, [x, y])
```

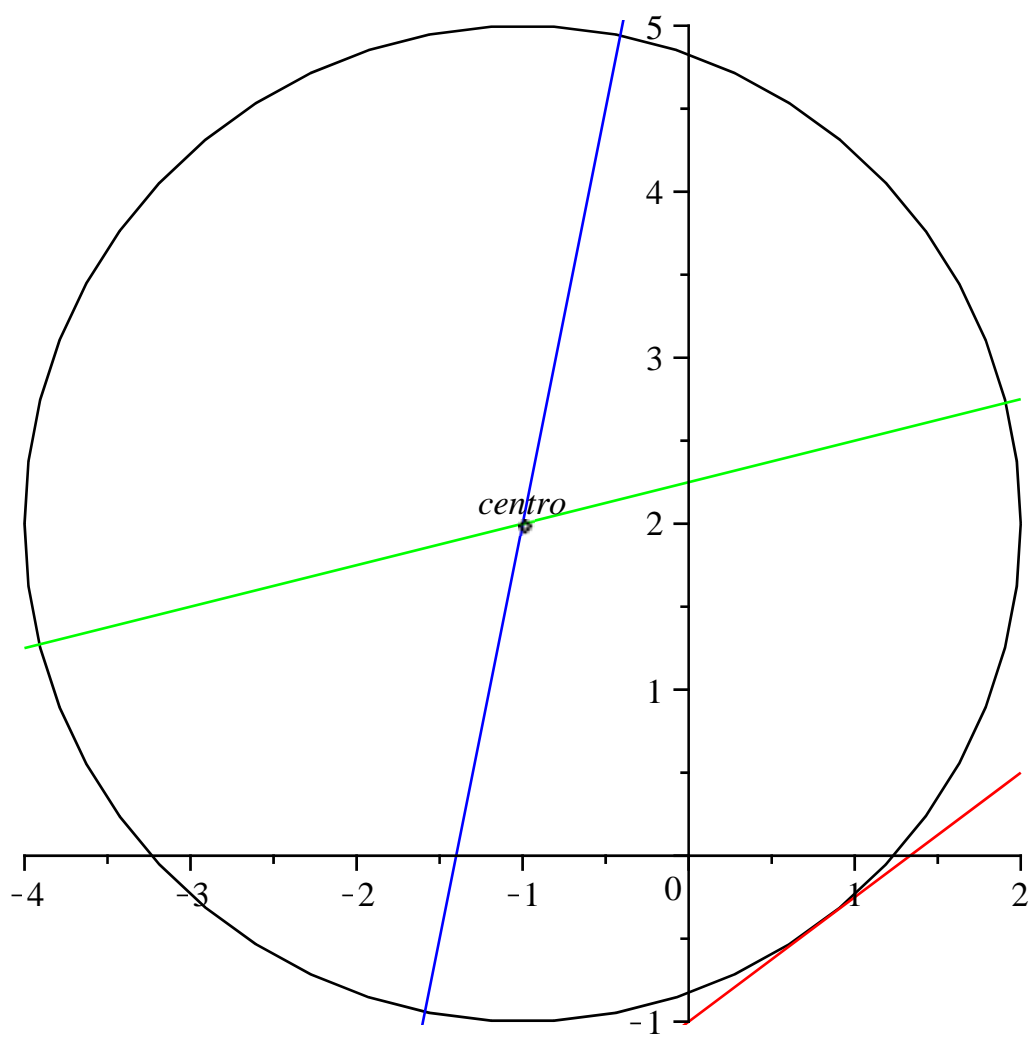
$x - 4y + 9 = 0$ (30)

```
linea3 := Equation(l3, [x, y])
```

$-4 + 3x - 4y = 0$ (31)

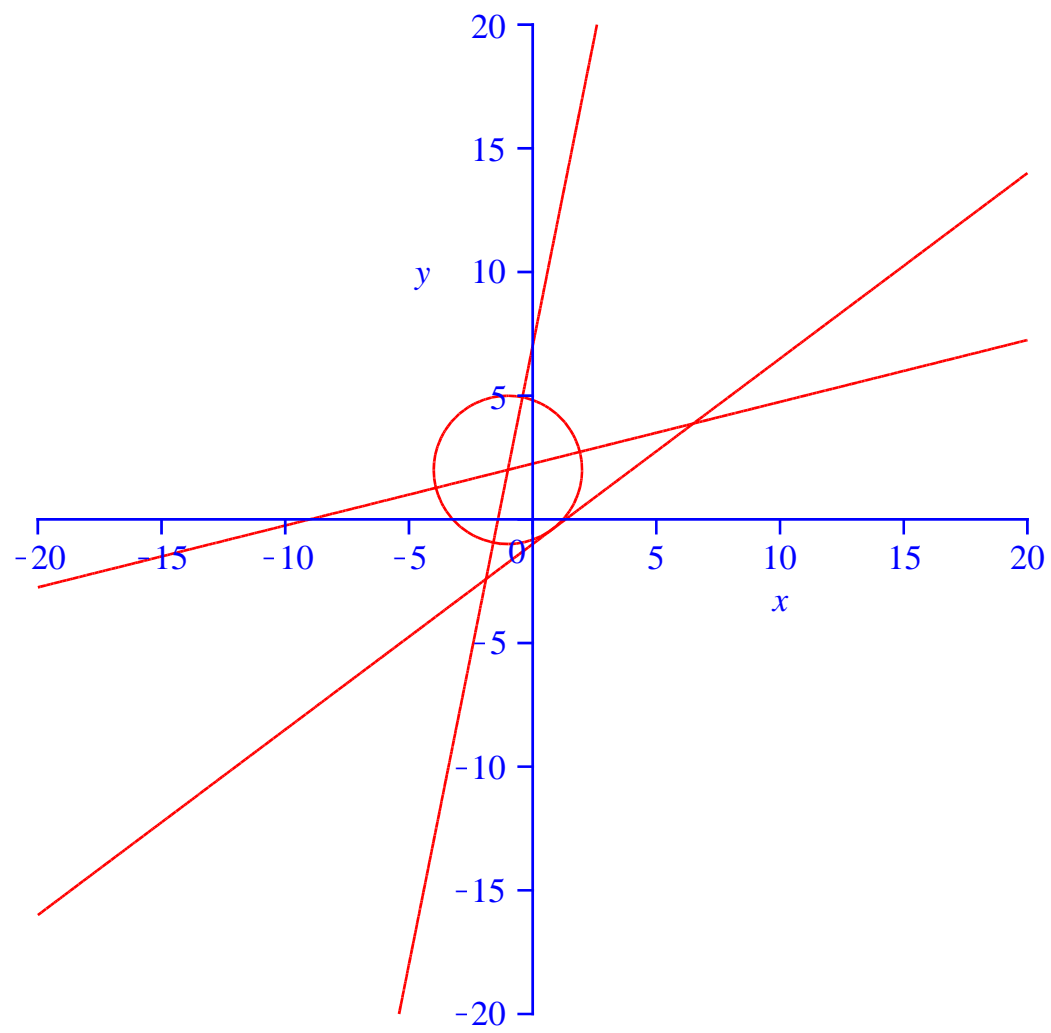
Dibujar la gráfica de la ecuación utilizando la función *draw*:

`draw([C1(color = black, printtext = true), l1(color = blue), l2(color = green), l3], axes = normal, scaling = constrained)`



Dibujar la gráfica utilizando la función *implicitplots*:

```
implicitplot([eq1, linea1, linea2, linea3], x=-20..20, y=-20..20, scaling=constrained, axes = normal, numpoints = 15000, axis = [gridlines = 8, color = blue])
```



Ejemplo

Deducir una(s) ecuación(es) del o de los círculos de radio 4, cuyo centro está en la recta

$4x + 3y + 7 = 0$ y es o son tangentes a $3x + 4y + 34 = 0$.

Inicio de variables y carga de bibliotecas:

`restart`

`with(geometry) :`

`with(plots) :`

Para encontrar las coordenadas del centro vamos a considerar que la ecuación de la circunferencia debe satisfacer las tres condiciones dada:

(1) El radio dado:

`radio := 4`

$$4 \tag{32}$$

(2) Un punto cualquiera (h, k) que pase por la circunferencia debe también satisfacer a la recta que pasa por el centro:

`eq1 := 4h + 3k + 7 = 0`

$$4h + 3k + 7 = 0 \tag{33}$$

(3) La tercera condición viene dada por la distancia que existe entre el radio y la recta tangente dada:

Definimos primero la recta tangente en función de (h, k)

`line(l1, 3h + 4k + 34 = 0, [h, k])`

$$l1 \tag{34}$$

Y luego definimos la ecuación de la distancia en función de la línea obtenida el radio dado:

`eq2 := distance(point(A, h, k), l1) = radio`

$$\frac{1}{5} |3h + 4k + 34| = 4 \tag{35}$$

Resolvemos el par de ecuaciones encontradas con la función `solve`:

`solve({eq1, eq2}, [h, k])`

$$\left[[h = 2, k = -5], \left[h = \frac{134}{7}, k = \frac{-195}{7} \right] \right] \tag{36}$$

El par de ecuaciones nos da dos pares de valores para encontrar las ecuaciones de los círculos:

Primer círculo:

$\text{circle}(c1, [\text{point}(P1, 2, -5), \text{radio}])$

$c1$

(37)

Encontramos la ecuación de la circunferencia con la función **Equation**:

$C1 := \text{Equation}(c1, [x, y])$

$$13 + x^2 + y^2 - 4x + 10y = 0$$

(38)

Segundo círculo:

$\text{circle}(c2, [\text{point}(P2, \frac{134}{7}, \frac{-195}{7}), \text{radio}])$

$c2$

(39)

Encontramos la ecuación de la circunferencia con la función **Equation**:

$C2 := \text{Equation}(c2, [x, y])$

$$\frac{55197}{49} + x^2 + y^2 - \frac{268}{7}x + \frac{390}{7}y = 0$$

(40)

Graficando los círculos:

```
line(l1, 4 x + 3 y = 0, [x, y]), line(l2, 3 x + 4 y + 34 = 0, [x, y])
```

l1, l2

(41)

```
linea1 := Equation(l1, [x, y])
```

$4x + 3y = 0$

(42)

```
linea2 := Equation(l2, [x, y])
```

$3x + 4y + 34 = 0$

(43)

```
implicitplot([C1, C2, linea1, linea2], x=-10..40, y=-40..10, scaling=constrained, axes=normal, numpoints=15000, axis=[gridlines=4, color=blue])
```

