

MATHEMATICA

Transformaciones Algebraicas

Ricardo Villafaña Figueroa

Contenido

Simplificación de expresiones algebraicas (Función Simplify)	3
Expansión de expresiones algebraicas (Función Expand)	5
Simplificación con suposiciones (uso la función Assuming y Refine).....	7
Separación de un cociente en fracciones parciales (Función Apart)	9
Factorización de expresiones algebraicas (Función Factor).....	10

Transformaciones Algebraicas

Simplificación de expresiones algebraicas (Función Simplify)

Simplificación para obtener la expresión más sencilla o simple de la expresión dada.

Normalmente la simplificación de expresiones algebraicas se realiza de manera automática como se observa en los siguientes ejemplos:

$$\frac{(x - 1)^2}{x - 1}$$

$$-1 + x$$

$$\frac{2}{a} + \frac{3}{a} + a$$

$$\frac{5}{a} + a$$

Sin embargo, si intentamos simplificar la siguiente expresión

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$$

, tendríamos como resultado:

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$$

$$\frac{1 + 2x + x^2}{1 + x}$$

En estos casos es necesario utilizar el comando correspondiente de simplificación (*simplify*):

$$\text{Simplify} \left[\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} \right]$$

$$1 + x$$

A continuación se muestran otros ejemplos de simplificación algebraica:

$$\text{Simplify} \left[\frac{1 - a^2}{1 - a} \right]$$

$$1 + a$$

$$\text{Simplify} \left[\frac{x^2 - 5x + 6}{2ax - 6a} \right]$$

$$\frac{-2 + x}{2a}$$

Expansión de expresiones algebraicas (Función Expand)

Multiplicación de productos y potencias.

Observemos el siguiente ejemplo.

Desarrollar la expresión:

$$3 a (2 a + b)$$

Si intentamos por los métodos anteriores obtendríamos:

Multiplicación directa:

$$3 a (2 a + b)$$

$$3 a (2 a + b)$$

Simplificación:

$$\text{Simplify}[3 a (2 a + b)]$$

$$3 a (2 a + b)$$

El método directo de la multiplicación y el método de la simplificación no *desarrollan* la expresión; para esto utilizamos el comando *expand*:

$$\text{Expand}[3 a (2 a + b)]$$

$$6 a^2 + 3 a b$$

Veamos otros dos ejemplos de expansión algebraica:

$$\text{Expand} [(a + b)(a + c)]$$

$$a^2 + ab + ac + bc$$

$$\text{Expand} \left[3a \frac{a + b}{a^2} \right]$$

$$3 + \frac{3b}{a}$$

Ejemplos de expansión algebraica aplicada a binomios y trinomios:

$$\text{Expand} [(a + b)^3]$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{Expand} [(x + y + z)^2]$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2xz + 2yz + z^2$$

Simplificación con suposiciones (uso la función *Assuming* y *Refine*)

Consideramos la expansión de la siguiente expresión:

```
Expand[ $\sqrt{x^2}$ ]
```

```
 $\sqrt{x^2}$ 
```

Observamos que el comando *Expand* no regresa el resultado esperado. Para resolver este problema, hay que proporcionarle al sistema de cálculo más información respecto al dominio de la X; en este caso, que considere como dominio del valor de X todos los valores mayores o iguales a cero. Esta suposición se logra de tres formas diferentes: (1) agregando a la función *Simplify* un parámetro de suposición, (2) con la función *Assuming* y (3) con la función *Refine*, tal como se muestra en los siguientes ejemplos:

```
Simplify[ $\sqrt{x^2}$ ,  $x \geq 0$ ]
```

```
x
```

```
Refine[ $\sqrt{x^2}$ ,  $x \geq 0$ ]
```

```
x
```

```
Assuming[ $x \geq 0$ , Refine[ $\sqrt{x^2}$ ]]
```

```
x
```

```
Assuming[ $x \geq 0$ , Refine[Expand[ $\sqrt{x^2}$ ]]]
```

```
x
```

Otros ejemplos de las funciones *Refine* y *Assuming*:

```
Refine[ $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{z^2}$ , {x ≥ 0, y ≥ 0, z ≥ 0}]
```

```
x + y + z
```

La expresión anterior es equivalente a las siguientes expresiones:

```
Assuming[{x ≥ 0, y ≥ 0, z ≥ 0}, Refine[ $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{z^2}$ ]]
```

```
x + y + z
```

```
Assuming[{x ≥ 0, y ≥ 0, z ≥ 0},  
Refine[Expand[ $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{z^2}$ ]]]]
```

```
x + y + z
```


Separación de un cociente en fracciones parciales (Función Apart)

La función *Apart* separa y simplifica un cociente polinomial en fracciones parciales:

$$\text{Apart}\left[\frac{6}{3x^2 - 6x}\right]$$

$$\frac{1}{-2+x} - \frac{1}{x}$$

$$\text{Apart}\left[\frac{1}{x^2 + x}\right]$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{1+x}$$

$$\text{Apart}\left[\frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}\right]$$

$$1 + \frac{5}{(-3+x)^2} + \frac{19}{4(-3+x)} + \frac{1}{4(1+x)}$$

Factorización de expresiones algebraicas (Función Factor)

Reducción a productos o factores.

El comando *factor* se utiliza para factorizar expresiones algebraicas.

Ejemplos de factorización

Factorización de polinomios:

$$\text{Factor}[3 a^3 - 6 a^2]$$

$$3 (-2 + a) a^2$$

$$\text{Factor}\left[\frac{1}{3} a^2 + \frac{2}{6} a^3\right]$$

$$\frac{1}{3} a^2 (1 + a)$$

Factorización de diferencia de cuadrados:

$$\text{Factor}[x^2 - y^2]$$

$$(x - y) (x + y)$$

$$\text{Factor}\left[\frac{1}{4} m^4 - n^6\right]$$

$$\frac{1}{4} (m^2 - 2 n^3) (m^2 + 2 n^3)$$

Factorización de un trinomio cuadrado perfecto:

$$\text{Factor}[x^2 - 2xy + y^2]$$

$$(x - y)^2$$

$$\text{Factor}[x^2 - 4xy + 4y^2]$$

$$(x - 2y)^2$$

Factorización de un trinomio de la forma:

$$x^2 + bx + c$$

$$\text{Factor}[x^2 - 5x + 6]$$

$$(-3 + x)(-2 + x)$$

$$\text{Factor}[x^2 - x - 6]$$

$$(-3 + x)(2 + x)$$