

MATHEMATICA

Trigonometría

Ricardo Villafaña Figueroa

Contenido

Trigonometría.....	3
Grados y radianes.....	3
Gráficas de funciones trigonométricas	6
Transformaciones de expresiones trigonométricas.....	10
Simplificación	10
Expansión	10
Factorización	11
Simplificación total.....	11
Identidades Trigonómicas	12
Ecuaciones trigonométricas	13

TRIGONOMETRÍA

Grados y radianes

Ejemplo

Generar una tabla de conversión de grados a radianes, de cero a 90 grados con incremento de 5 unidades y una precisión de 8 cifras.

```
Do[Print[i, "\t", N[i  $\frac{\text{Pi}}$ , 8]], {i, 0, 90, 5}]
```

0	0
5	0.087266463
10	0.17453293
15	0.26179939
20	0.34906585
25	0.43633231
30	0.52359878
35	0.61086524
40	0.69813170
45	0.78539816
50	0.87266463
55	0.95993109
60	1.0471976
65	1.1344640
70	1.2217305
75	1.3089969
80	1.3962634
85	1.4835299
90	1.5707963

Ejemplo

Generar una lista de valores numéricos para la función seno, coseno y tangente. Los valores variarán de 0 a 90 grados con un incremento de 5.

Solución

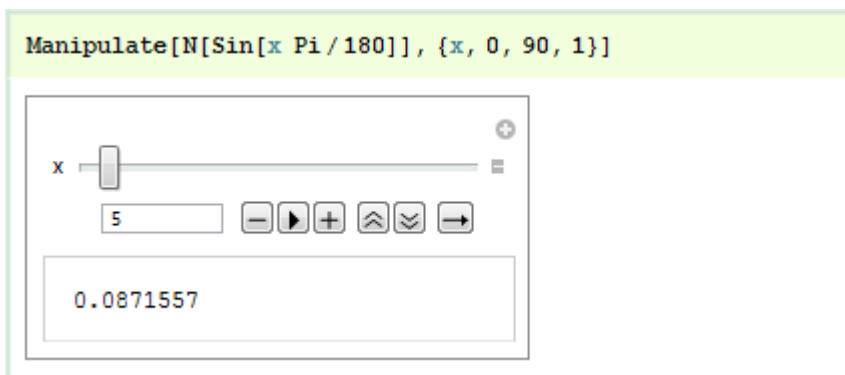
```
Do[Print[i, "\t", N[Sin[i Pi/180], 8], "\t", N[Cos[i Pi/180], 8],
"\t", N[Tan[i Pi/180], 8]], {i, 0, 90, 5}]
```

0	0	1.0000000	0
5	0.087155743	0.99619470	0.087488664
10	0.17364818	0.98480775	0.17632698
15	0.25881905	0.96592583	0.26794919
20	0.34202014	0.93969262	0.36397023
25	0.42261826	0.90630779	0.46630766
30	0.50000000	0.86602540	0.57735027
35	0.57357644	0.81915204	0.70020754
40	0.64278761	0.76604444	0.83909963
45	0.70710678	0.70710678	1.0000000
50	0.76604444	0.64278761	1.1917536
55	0.81915204	0.57357644	1.4281480
60	0.86602540	0.50000000	1.7320508
65	0.90630779	0.42261826	2.1445069
70	0.93969262	0.34202014	2.7474774
75	0.96592583	0.25881905	3.7320508
80	0.98480775	0.17364818	5.6712818
85	0.99619470	0.087155743	11.430052
90	1.0000000	0	ComplexInfinity

Gráficas de funciones trigonométricas

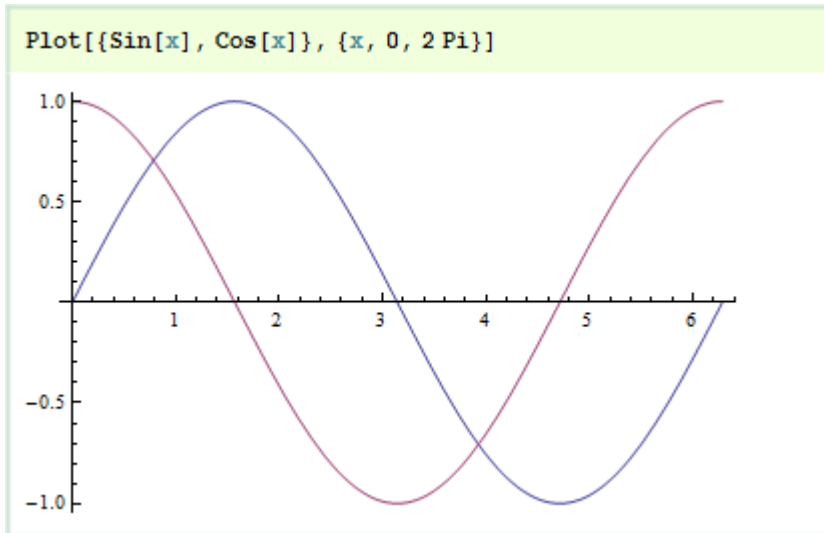
Ejemplo

Generar una lista de valores para la función seno utilizando la función Manipulate. Los grados variarán de 0 a 90 con incrementos de 1:



Ejemplo

Graficar las funciones seno y coseno en el rango de 0 a 2π .

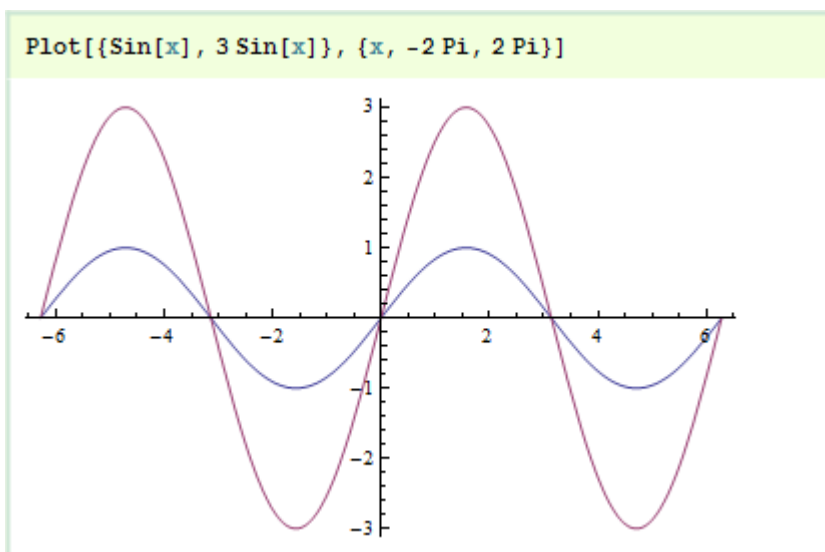
Solución

Ejemplo

Graficar las funciones $\text{seno}(x)$, $3 \text{seno}(x)$ en el rango de -2π a 2π . Observar el efecto del coeficiente de la función en *amplitud* de la función.

Solución

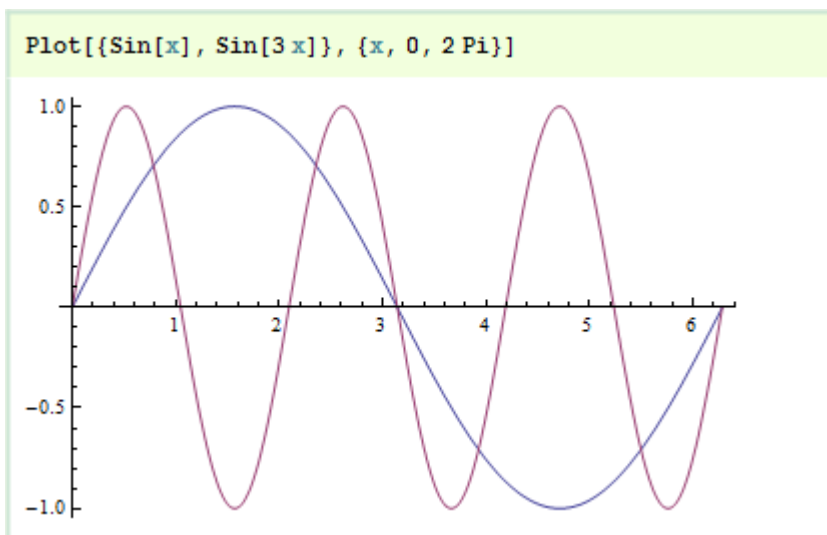
Graficar las funciones:



Ejemplo

Graficar las funciones $\text{seno}(x)$ y $\text{seno}(3x)$ en el rango de 0 a 2π . Observar el efecto del coeficiente de la X, en el argumento de la función, sobre la *frecuencia* de la función.

Solución



Transformaciones de expresiones trigonométricas

Simplificación

$$\text{Simplify}[\text{Sin}[x]^2 + \text{Cos}[x]^2]$$

1

$$\text{Simplify}\left[\frac{1}{\text{Cos}[x]^2} - 1\right]$$

$\text{Tan}[x]^2$

$$\text{Simplify}\left[\frac{\text{Sin}[x]^2}{\text{Cos}[x]^2} + 1\right]$$

$\text{Sec}[x]^2$

$$\text{Simplify}\left[\frac{\text{Tan}[x] - \text{Cot}[x]}{\text{Tan}[x] + \text{Cot}[x]}\right]$$

$-\text{Cos}[2x]$

$$\text{Simplify}\left[1 + \frac{\text{Tan}[x]}{\text{Cot}[x]}\right]$$

$\text{Sec}[x]^2$

Expansión

$$\text{TrigExpand}[\text{Sin}[x + y]]$$

$\text{Cos}[y] \text{Sin}[x] + \text{Cos}[x] \text{Sin}[y]$

$$\text{TrigExpand}[\text{Sin}[2x]]$$

$2 \text{Cos}[x] \text{Sin}[x]$

```
TrigExpand[Cos[2 x]]
```

```
Cos[x]^2 - Sin[x]^2
```

Factorización

```
TrigFactor[Cos[x]^2 - Sin[x]^2]
```

```
2 Sin[ $\frac{\pi}{4} - x$ ] Sin[ $\frac{\pi}{4} + x$ ]
```

```
TrigFactor[Cos[x]^2 - Sin[x]^2] // Simplify
```

```
Cos[2 x]
```

```
TrigFactor[Sin[x]^2 + Tan[x]]
```

```
 $\frac{1}{2} (2 + \text{Sin}[2 x]) \text{Tan}[x]$ 
```

Simplificación total

```
% // FullSimplify
```

```
Sin[x]^2 + Tan[x]
```

Identidades Trigonómicas

Ejemplo

Demostrar la siguiente identidad:

$$\tan x \sin x + \cos x = \sec x$$

Simplificando el lado izquierdo de la ecuación:

$$\text{Simplify } \tan x \sin x + \cos x$$

$$\sec x$$

Ejemplo

Demostrar la identidad:

$$\frac{1 + \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2 \csc x$$

Simplificando el lado izquierdo de la ecuación:

$$\text{Simplify } \frac{1 + \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$$2 \csc x$$

Ecuaciones trigonométricas

Ejemplo

Resuélvase la ecuación $\sin(x) = \cos(x)$. Utilice los valores dados por defecto por Mathematica. Grafique la ecuación.

Solución

```
solucion = Solve[Sin[x] == Cos[x], x]
```

Solve::ifun :

Inverse functions are being used by Solve, so some solutions may not be found; use Reduce for complete solution information. [»](#)

```
{{x -> -3 π / 4}, {x -> π / 4}}
```

Aislando las dos soluciones:

```
parSoluciones = x /. solucion
```

```
{-3 π / 4, π / 4}
```

```
x1 = parSoluciones[[1]]
```

```
-3 π / 4
```

```
x2 = parSoluciones[[2]]
```

```
π / 4
```

Calculando los dos puntos de intersección:

```
punto1 = {x1, Sin[x1]}
```

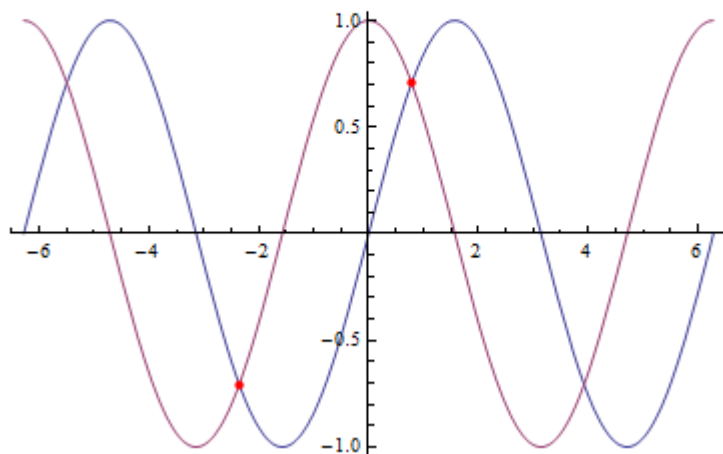
$$\left\{-\frac{3\pi}{4}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$$

```
punto2 = {x2, Cos[x2]}
```

$$\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$$

Graficando la ecuación y los dos puntos de intersección:

```
Plot[{Sin[x], Cos[x]}, {x, -2 Pi, 2 Pi},
  Epilog -> {Red, PointSize[Medium],
    Point[{punto1, punto2}]}
```



Ejemplo

Resuélvase la ecuación $2 \sin(x) - 1 = 0$. Utilice los valores dados por defecto por Mathematica. Grafique la ecuación.

Solución

```
solucion = Solve[2 Sin[x] - 1 == 0, x]
```

Solve::ifun :

Inverse functions are being used by Solve, so some solutions may not be found; use Reduce for complete solution information. [»](#)

```
{{x -> Pi/6}}
```

Aislado el punto y calculando el punto de intersección con el eje-X:

```
x1 = x /. solucion[[1]]
```

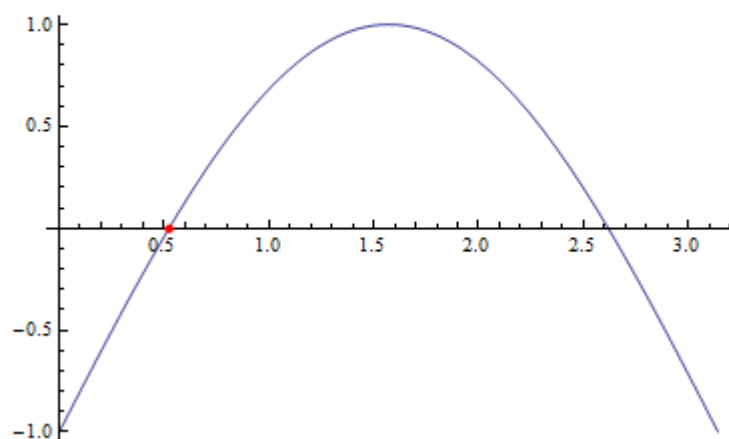
```
Pi/6
```

```
punto = {x1, 2 Sin[x1] - 1}
```

```
{Pi/6, 0}
```

Graficando la ecuación y el punto de intersección:

```
Plot[2 Sin[x] - 1, {x, -0, Pi},  
Epilog -> {Red, PointSize[Medium], Point[punto]}]
```



Ejemplo

Resuélvase la ecuación $2 \sin(x) - 1 = 0$ y encuentre tres soluciones posibles. Utilice los valores dados por defecto por Mathematica. Grafique la ecuación.

Solución

Para encontrar una solución más generalizada que la dada por Solve, utilizaremos la función Reduce:

```
Reduce[2 Sin[x] - 1 == 0, x]
```

```
C[1] ∈ Integers && (x ==  $\frac{\pi}{6} + 2\pi C[1]$  || x ==  $\frac{5\pi}{6} + 2\pi C[1]$ )
```

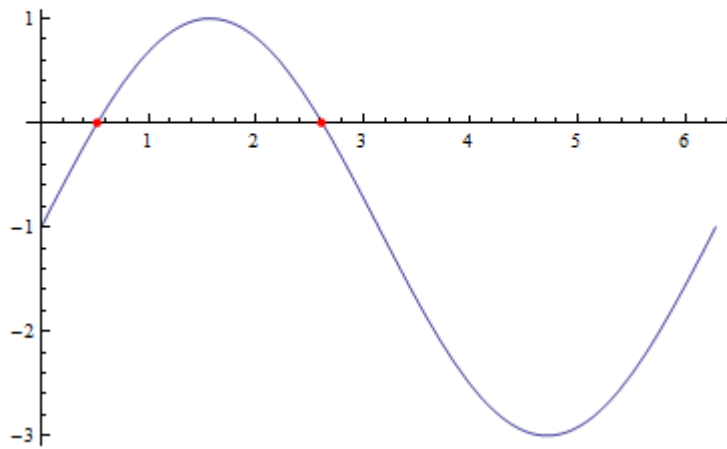
Calculamos los puntos de intersección con el eje-X con las dos primeras soluciones:

```
x1 =  $\frac{\pi}{6}$  ;  
x2 =  $\frac{5\pi}{6}$  ;
```

```
punto1 = {x1, 2 Sin[x1] - 1} ;  
punto2 = {x2, 2 Sin[x2] - 1} ;
```

Graficamos la ecuación y los dos primeros puntos:


```
Plot[2 Sin[x] - 1, {x, 0, 2 Pi},  
  Epilog -> {Red, PointSize[Medium],  
  Point[{punto1, punto2}]}
```

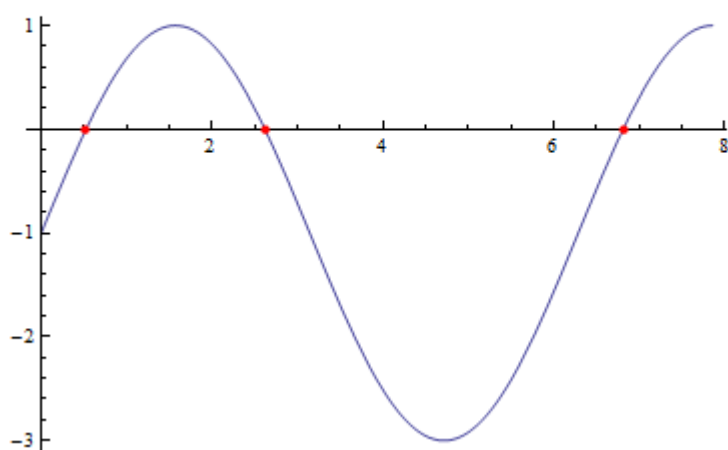


El tercer punto lo calculamos a partir del primero (de acuerdo a la solución encontrada con Reduce):

```
x3 =  $\frac{\pi}{6} + 2\pi$  ;  
punto3 = {x3, 2 Sin[x3] - 1};
```

Graficamos la ecuación y los tres puntos encontrados:

```
Plot[2 Sin[x] - 1, {x, 0, 2.5 Pi},  
Epilog -> {Red, PointSize[Medium],  
Point[{punto1, punto2, punto3}]}
```



Ejemplo avanzado de manipulate: relación entre radianes y grados

```
Manipulate[
Module[{p1},
  p1 = {Cos[x1], Sin[x1]};
  Graphics[{Blue, Dotted, Circle[{0, 0}, 1],
    Point[{0, 0}],
    Red, PointSize[Medium], Point[{1, 0}],
    Line[{0, 0}, {1, 0}],
    Line[{0, 0}, p1],
    Red, PointSize[Medium], Point[p1],
    Green, Dashed, Circle[{0, 0}, 1, {0, x1}],
    Black, Text[ToString[x1 180 / Pi] <> " grados", {0.1, 0.1}]}]
,
{x1, 0, 2 Pi}]
```

