MATHEMATICA

Geometría - Parábola

Ricardo Villafaña Figueroa

Contenido

LA PARÁBOLA

Ecuación de la forma $x^2 \pm k$

Ejemplo

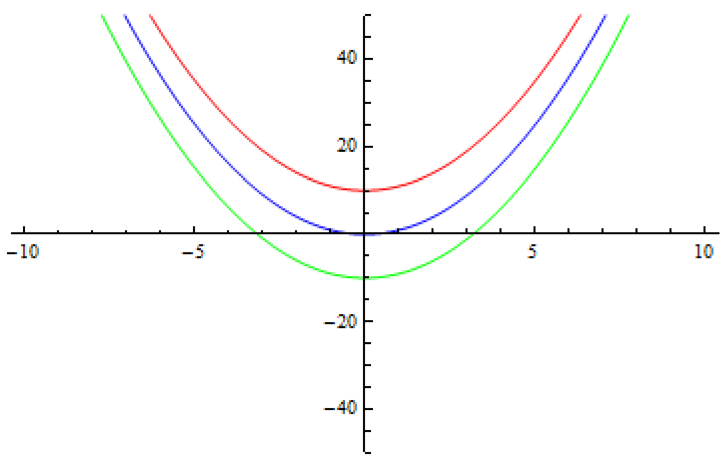
Graficar las tres siguientes funciones y observar el efecto del término independiente:

$$f(x) = x^2 \qquad g(x) = x^2 + 10 \qquad h(x) = x^2 - 10$$

Solución

Graficar directamente las tres funciones:

```
Plot[{x^2, 10 + x^2, -10 + x^2}, {x, -10, 10},
 PlotStyle → {Blue, Red, Green}, PlotRange → 50]
```



Dinámica con la función *Manipulate*

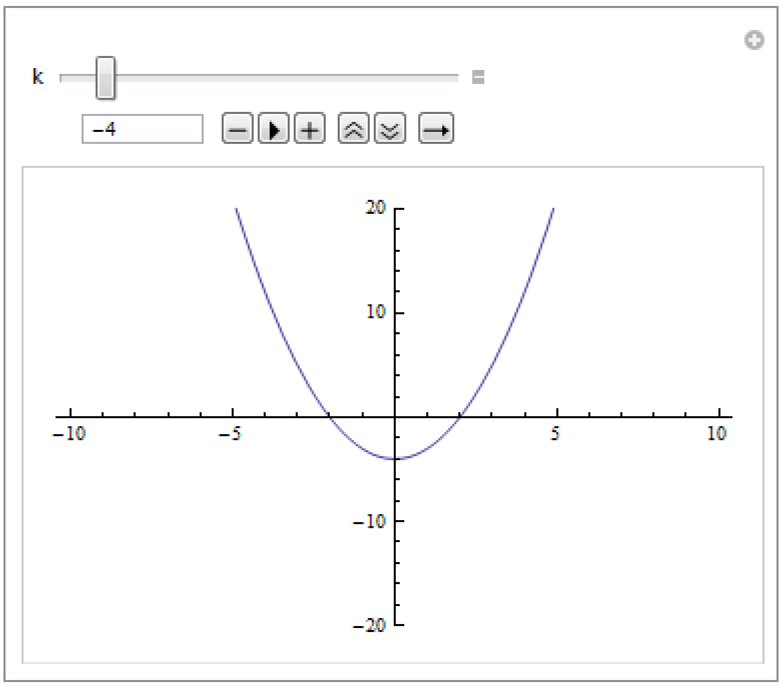
Definir una función general para la parábola:

```
Parabola[k_, x_] := x^2 + k
```

Definir una función para la manipulación de la parábola.

Cambiar el parámetro K de -5 a 5, con incrementos de 1 y observar el resultado:

```
Manipulate[Plot[Parabola[k, x], {x, -10, 10},
  PlotRange → 20],
 {k, -5, 5, 1}]
```



Ecuación de la forma $\pm kx^2$

Ejemplo

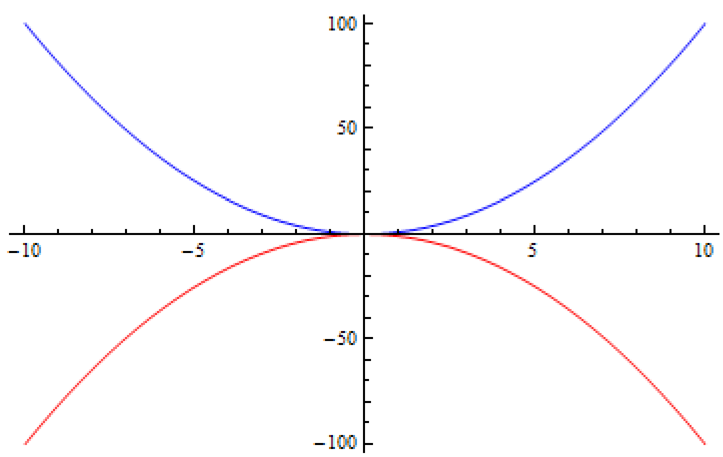
Graficar las dos siguientes funciones y observar el efecto del signo negativo en el coeficiente de X:

$$f(x) = x^2 \qquad g(x) = -x^2$$

Solución

Graficar directamente las dos funciones:

```
Plot[{x^2, -x^2}, {x, -10, 10}, PlotStyle → {Blue, Red}]
```



Ejemplo

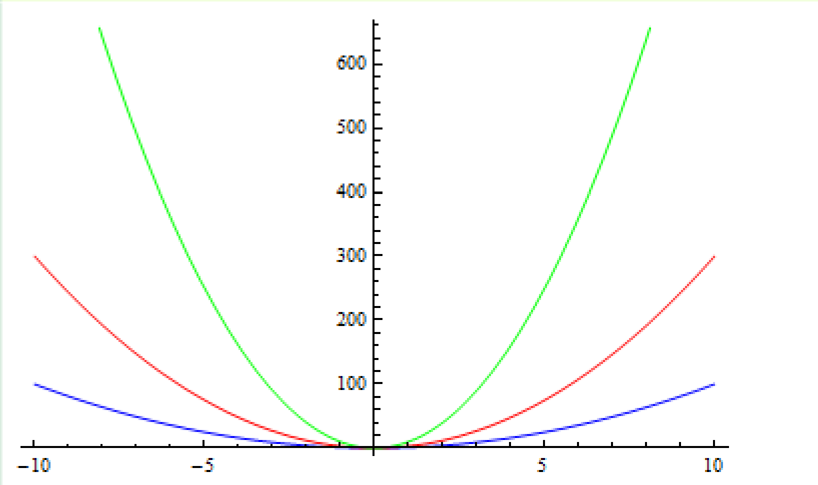
Graficar las tres siguientes funciones y observar el efecto del coeficiente de la X:

$$f(x) = x^2 \qquad g(x) = 3x^2 \qquad h(x) = 10x^2$$

Solución

Graficar directamente las tres funciones:

```
Plot[{x^2, 3 x^2, 10 x^2}, {x, -10, 10},
 PlotStyle → {Blue, Red, Green}]
```

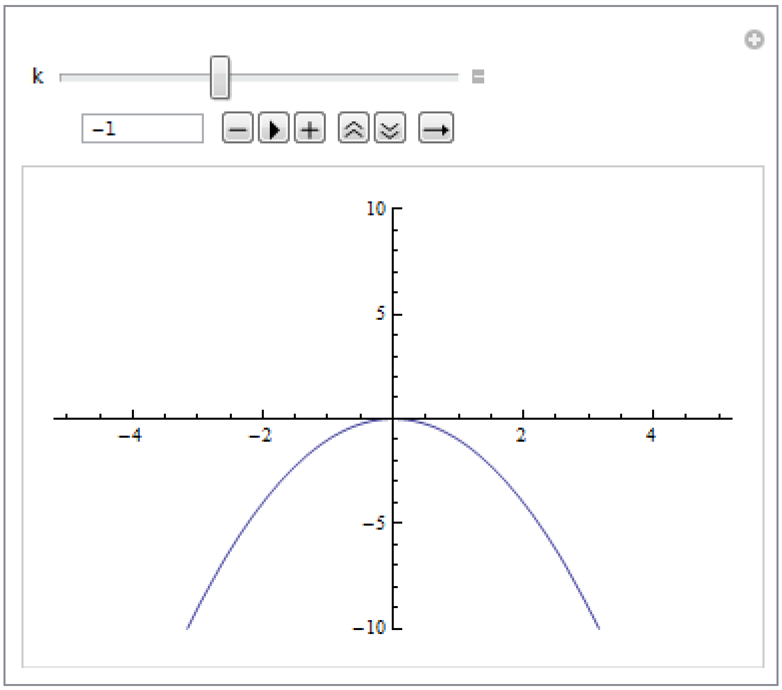


Definir una función general para observar el efecto del coeficiente en x^2:

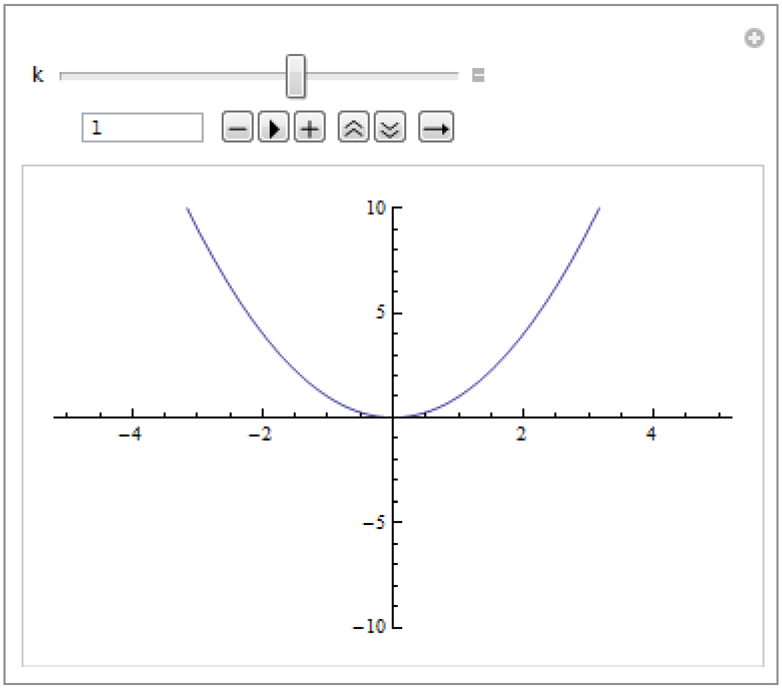
```
F1[k_, x_] := k x^2
```

Definir una función de manipulación, variando el factor K de -5 a 5:

```
Manipulate[Plot[F1[k, x], {x, -5, 5}, PlotRange → 10],
 {k, -5, 5, 1}]
```



```
Manipulate[Plot[F1[k, x], {x, -5, 5}, PlotRange → 10],
 {k, -5, 5, 1}]
```



Ecuación general de la parábola

Ejemplo

Determinar la ecuación de la parábola en su forma normal que pasa por los puntos (3, 4), (0, 1) y (2, -9) y cuyo eje es paralelo al eje *y*. Graficar la ecuación resultante,

Solución

Como el eje de la parábola es paralelo al eje *y*, sustituimos en la ecuación

$$x^2 + D\,x + E\,y + F = 0$$

los tres puntos dados. La ecuación resultante la almacenamos en una variable temporal para después utilizarla en la solución del sistema de ecuaciones resultante:

```
F1 = ReplaceAll[x^2 + D1 x + E1 y + F, {x → 3, y → 4}] == 0
```

```
9 + 3 D1 + 4 E1 + F == 0
```

```
F2 = ReplaceAll[x^2 + D1 x + E1 y + F, {x → 0, y → 1}] == 0
```

```
E1 + F == 0
```

```
F3 = ReplaceAll[x^2 + D1 x + E1 y + F, {x → -2, y → 9}] == 0
```

```
4 - 2 D1 + 9 E1 + F == 0
```

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

```
Soluciones = Solve[{F1, F2, F3}, {D1, E1, F}]
```

```
{{D1 → -2, E1 → -1, F → 1}}
```

```
D1 = D1 /. Soluciones
```

```
{-2}
```

```
E1 = E1 /. Soluciones
```

```
{-1}
```

```
F = F /. Soluciones
```

```
{1}
```

Sustituyendo los valores obtenidos en la forma normal:

```
F4 = ReplaceAll[x^2 + D1 x + E1 y + F, {D1 → D1, E1 → E1, F → F}] == 0
```

$\{1 - 2x + x^2 - y\} == 0$

Para graficar la ecuación, dejamos la expresión obtenida sólo en términos de *x* y almacenamos el resultado en una nueva ecuación:

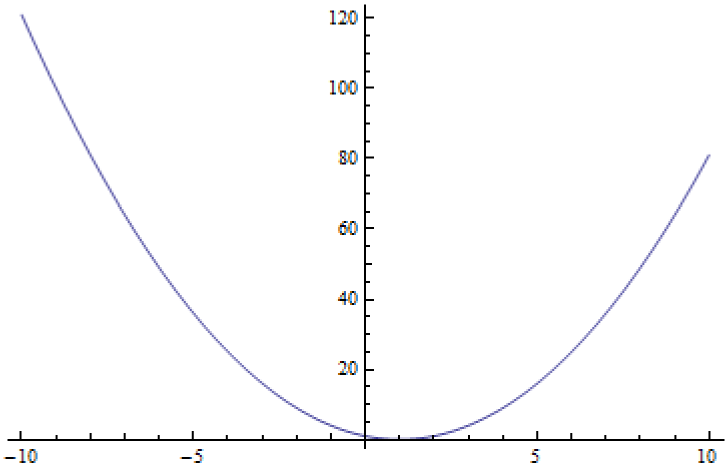
```
F5 = Solve[F4, y]
```

$\{\{y \to 1 - 2x + x^2\}\}$

```
F5 = y /. F5[[1]]
```

$1 - 2x + x^2$

```
Plot[F5, {x, -10, 10}]
```



La recta tangente a una parábola

Ejemplo

Encontrar la ecuación de la recta tangente a la parábola $y^2 = 8x$ en el punto P (2, 4).

Solución

La ecuación de la recta tangente a la parábola

$y^2 = 4px$, con p>0

en el punto P(x1, y1) de ella, distinto del vértice es:

$$y - y1 = \frac{y1}{2x1}(x - x1)$$

Definir la ecuación dada:

```
f1 = y^2 == 8 x
y^2 == 8 x
```

Definir una fórmula para el cálculo de la ecuación de la tangente a la parábola:

```
tangenteParabola[x1_, y1_, x_] := y1/(2 x1) (x - x1) + y1
```

Calcular la ecuación de la tangente:

```
f2 = tangenteParabola[2, 4, x]
2 + x
```

Graficar la parábola dada y la línea tangente obtenida:

```
soluciones = Solve[f1, y]
```

$\{\{y \to -2\sqrt{2}\ \sqrt{x}\}, \{y \to 2\sqrt{2}\ \sqrt{x}\}\}$

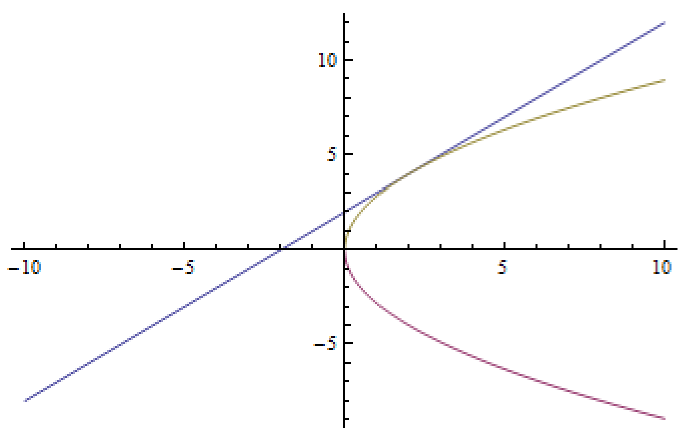
```
f3 = y /. soluciones[[1]]
```

$-2\sqrt{2}\ \sqrt{x}$

```
f4 = y /. soluciones[[2]]
```

$2\sqrt{2}\ \sqrt{x}$

```
Plot[{f2, f3, f4}, {x, -10, 10}]
```



La Cuadrática

Propiedades de las raíces

Cálculo de las raíces de la cuadrática

```
r = Solve[a x^2 + b x + c == 0, x]
```

$$\left\{\left\{x \to \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a}\right\}, \left\{x \to \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a}\right\}\right\}$$

Separación de las dos raíces:

```
r1 = x /. r[[1]]
```

$$\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a}$$

```
r2 = x /. r[[2]]
```

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a}$$

Producto de las dos raíces:

```
r1 * r2
```

$$\frac{\left(-b - \sqrt{b^2 - 4 a c}\right)\left(-b + \sqrt{b^2 - 4 a c}\right)}{4 a^2}$$

```
Simplify[r1 * r2]
```

$$\frac{c}{a}$$

Suma de las dos raíces:

```
Simplify[r1 + r2]
```

$$-\frac{b}{a}$$