

# **MATHEMATICA**

## **Introducción al Cálculo Simbólico**

**Ricardo Villafaña Figueroa**

## INTRODUCCIÓN

A manera de introducción, podemos decir que los lenguajes computacionales de cálculo simbólico son aquellos que permiten la representación y el manejo computacional de expresiones algebraicas.

Los lenguajes simbólicos trabajan con variables o letras tal como lo haría un profesor en un pizarrón o en notas de clases para demostrar algún teorema o derivar alguna fórmula matemática.

Su capacidad de cálculo se puede observar en la facilidad con que realizan operaciones algebraicas básicas como son: suma, resta, multiplicación, división y potenciación de monomios y polinomios.

$$3x^2 + 4x - x + 2x^2$$

$$3x + 5x^2$$

$$\frac{8x^3}{4x^2} + x$$

$$3x$$

Así mismo, tienen capacidades de simplificación, factorización y expansión de expresiones algebraicas

$$\text{Simplify} \left[ \frac{\frac{x}{x} - \frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}} \right]$$

$$\frac{-1 + x}{-2 + x}$$

```
Expand[(2 x + y)^2]
```

```
4 x^2 + 4 x y + y^2
```

```
Factor[4 x^2 + 4 x y + y^2]
```

```
(2 x + y)^2
```

Esta amplia gama de facilidades permiten al profesor disponer de una calculadora algebraica para acelerar cálculos o una herramienta didáctica para explicar o ejemplificar conceptos teórico- prácticos del álgebra.

***El cálculo simbólico hace por el álgebra, por la trigonometría, por el cálculo y por el álgebra lineal lo que la calculadora científica hace por la aritmética.***

Además de las capacidades básicas mencionadas, los lenguajes de cálculo simbólico cuentan con una amplia gama de funciones matemáticas para solucionar sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales, encontrar raíces reales y complejas de polinomios.

```
Solve[x^2 - 1 == 0]
```

```
{{x -> -1}, {x -> 1}}
```

```
Solve[{7 x + 4 y == 13, 5 x - 2 y == 19}, {x, y}]
```

```
{{x -> 3, y -> -2}}
```

```
Reduce[x^2 - 1 >= 0, x]
```

```
x <= -1 || x >= 1
```

Los lenguajes de cálculo simbólico cuentan con herramientas, notaciones y símbolos que amplían su uso en la trigonometría, en la geometría analítica y en el cálculo integral y

diferencial; proporcionando con esto un contexto pedagógico muy amplio para la explicación conceptual del álgebra, sus herramientas y sus consecuentes aplicaciones en las matemáticas, en la ingeniería y en las ciencias.

$$\sum_{x=1}^5 x$$

15

$$\prod_{x=1}^5 x$$

120

$$\partial_x (x^3 + 3x^2 + 5)$$

$6x + 3x^2$

$$\int (3x^2 + 6x) dx$$

$3x^2 + x^3$

Los lenguajes simbólicos tienen la capacidad de generar gráficas a partir de funciones o representaciones algebraicas.

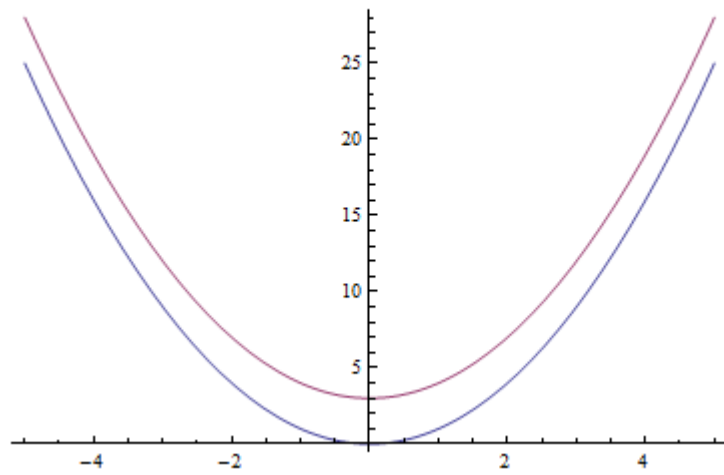
$$f[x_] = x^2$$

$$f1[x_] = x^2 + 3$$

$x^2$

$3 + x^2$

```
Plot[{f[x], f1[x]}, {x, -5, 5}]
```

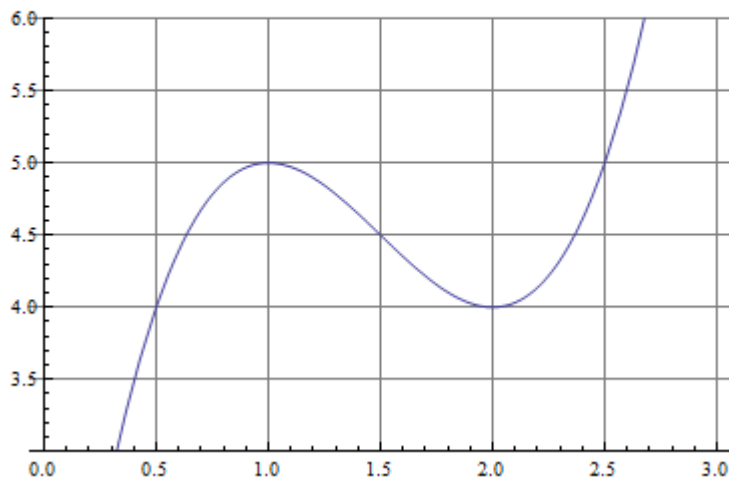


Esta capacidad de graficación permite al estudiante comprender más fácilmente las relaciones subyacentes entre la estructura matemática y su representación visual, al mismo tiempo que hace posible que el estudiante derive expresiones matemáticas a través de la visualización de una gráfica o viceversa (apropiación visual). La graficación también permite crear modelos cambiando el valor de los parámetros que generan las gráficas y con esto analizar y entender con mayor profundidad las relaciones entre cada parámetro y la gráfica que representa.

$$f3[x_] = 2x^3 - 9x^2 + 12x$$

$$12x - 9x^2 + 2x^3$$

```
Plot[f3[x], {x, 0, 3}, PlotRange -> {3, 6},  
GridLines -> Automatic]
```

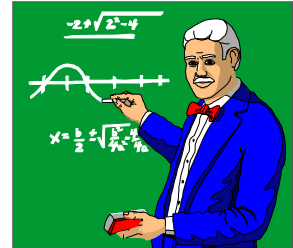


La capacidad y flexibilidad de los lenguajes de cálculo simbólico se pueden ampliar continuamente a través de sus facilidades de programación y creación de bibliotecas de funciones matemáticas especializadas. Estas facilidades han hecho que lenguajes comerciales como Mathematica, Maple, Maxima y Mathcad se conviertan en verdaderos hitos de la computación moderna por sus amplias aplicaciones pedagógicas, de investigación y de aplicación en áreas tan diversas como la Biología, la Medicina, la Farmacia, la Genética y las Ciencias Jurídicas, entre otras.

## EL CÁLCULO SIMBÓLICO EN EL SALÓN DE CLASES

Los lenguajes de cálculo simbólico permiten al profesor de matemáticas, ingeniería y ciencias:

- Crear ambientes educativos interactivos,
- desarrollar material educativo y
- formar comunidades de profesores, estudiantes, e investigadores.



## AMBIENTES ACADÉMICOS INTERACTIVOS

- Las múltiples alternativas que ofrece el cálculo simbólico para el manejo de expresiones matemáticas y su representación gráfica-visual permiten al profesor crear ambientes académicos interactivos para la demostración, exploración y el descubrimiento de nuevos conceptos tanto en las ciencias como en las matemáticas mismas.
- Los ambientes académicos interactivos permiten al estudiante investigar propiedades, relacionar conceptos, plantear y probar hipótesis, hacer deducciones, establecer teoremas y plantear y resolver problemas basados en matemáticas.
- La simplificación en el manejo algebraico permite al estudiante y al profesor concentrarse en problemas de mayor complejidad y alcance; y con esto, analizar más alternativas para solucionar un problema matemático dado.
- Los lenguajes simbólicos permiten distinguir claramente entre la tecnología computacional, los métodos asociados para su uso, los conceptos matemáticos involucrados y los problemas que se desean resolver. Paradigma que es válido para otros usos de la tecnología en el salón de clases.

## DESARROLLO DE MATERIAL EDUCATIVO

Los lenguajes de cálculo simbólico son herramientas que facilitan el desarrollo de material educativo basado en computadoras a través de:

- Libros electrónicos
- Calculadoras-graficadoras especializadas para el análisis de funciones matemáticas o el análisis de espacios geométricos.
- Desarrollo de cuestionarios interactivos de reforzamiento.
- Desarrollo de material de difusión/ textos/ ejercicios en la red (Internet)



## COMUNIDADES DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y DE CIENCIAS

La facilidad que proporciona la Internet para publicar el material didáctico elaborado con un lenguaje simbólico, permite formar comunidades de profesores, investigadores y practicantes que intercambian continuamente experiencias y materiales en la red. Esta colaboración facilita la creación de bibliotecas digitales que diseminan las mejores prácticas y herramientas para el aprendizaje de las matemáticas y de las ciencias en diferentes niveles y disciplinas.

