**Ricardo Villafaña Figueroa**
**inn-edu.com**
**ricardo.villafana@gmail.com**

# Introducción al Cálculo Simbólico a través de Maple

## Geometría: Ortocentro de un triángulo

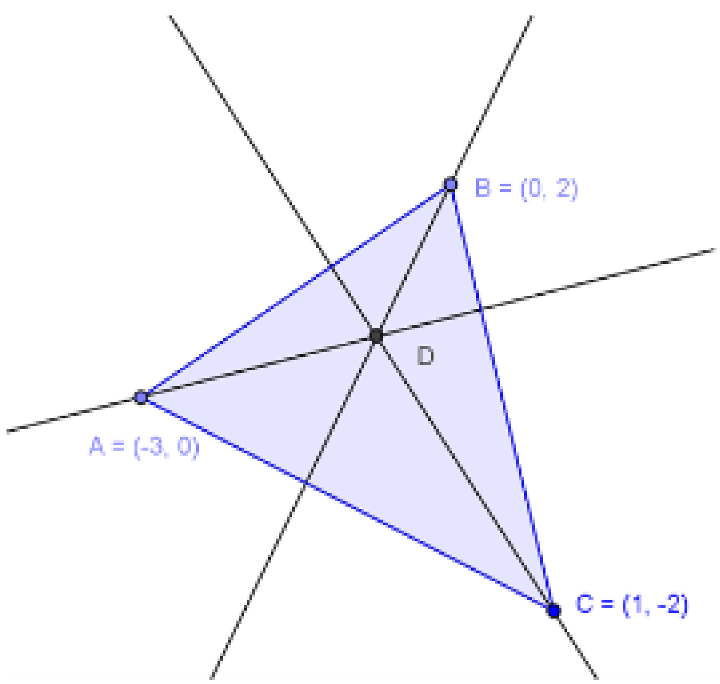
**Altura de un triángulo: es la recta que pasa por un vértice y es perpendicular a la recta que contiene al lado opuesto.**

**Ortocentro: Intersección de las tres alturas del triángulo.**

**Ejemplo**

Los vértices de un triángulo son los siguientes: A (-3, 0), B (0, 2) y C (1, -2). Encontrar las ecuaciones de cada uno de sus lados y el ortocentro.

**Solución**




Definir una fórmula para el cálculo de la pendiente de una línea recta dado dos de sus puntos:

$$m := (P, Q) \rightarrow \frac{Q_2 - P_2}{Q_1 - P_1}$$

$$(P, Q) \rightarrow \frac{Q_2 - P_2}{Q_1 - P_1}$$

Definir una fórmula para el cálculo de la ecuación de una línea recta dados un punto y su pendiente:

$$l := (A, m) \rightarrow m\left(x - A_1\right) + A_2$$

$$(A, m) \rightarrow m\left(x - A_1\right) + A_2$$

Definir los tres puntos dados:

$$A := [-3, 0] : B := [0, 2] : C := [1, -2] :$$

Calcular la línea perpendicular al vértice A:

1) Calcular la pendiente de la línea BC:

2) Calcular la ecuación del lado BC:

3) Calcular la ecuación de la recta perpendicular a BC y pasa por A:

$$mBC := m(B, C) = -4$$

$$eqBC := l(B, mBC) = y = -4\,x + 2 = y$$

$$eqA := l\left(A, -\frac{1}{mBC}\right) = y = \frac{1}{4}\,x + \frac{3}{4} = y$$

Calcular la línea perpendicular al vértice B:

1) Calcular la pendiente de la línea AC:

2) Calcular la ecuación del lado AC:

3) Calcular la ecuación de la recta perpendicular a BC y pasa por B:

$$mAC := m(A, C) = -\frac{1}{2}$$

$$eqAC := l(A, mAC) = y = -\frac{1}{2}\,x - \frac{3}{2} = y$$

$$eqB := l\left(B, -\frac{1}{mAC}\right) = y = 2\,x + 2 = y$$

Calcular la línea perpendicular al vértice C:

1) Calcular la pendiente de la línea AB:

$$mAB := m(A, B) = \frac{2}{3}$$

$$eqAB := l(A, mAB) = y = \frac{2}{3}\,x + 2 = y$$

2) Calcular la ecuación del lado AB:

$$eqC := l\left(C, -\frac{1}{mAB}\right) = y = -\frac{3}{2}\,x - \frac{1}{2} = y$$

3) Calcular la ecuación de la recta perpendicular a AB y pasa por B:

Calcular el punto de intersección entre las alturas de los vértices AB:

$$Int1 := solve(\{eqA, eqB\}, [x, y])$$

$$\left[\left[x = -\frac{5}{7}, y = \frac{4}{7}\right]\right]$$

Calcular el punto de intersección entre las alturas de los vértices BC:

$$Int2 := solve(\{eqB, eqC\}, [x, y])$$

$$\left[\left[x = -\frac{5}{7}, y = \frac{4}{7}\right]\right]$$

Calcular el punto de intersección entre las alturas de los vértices CA:

$$Int3 := solve(\{eqA, eqC\}, [x, y])$$

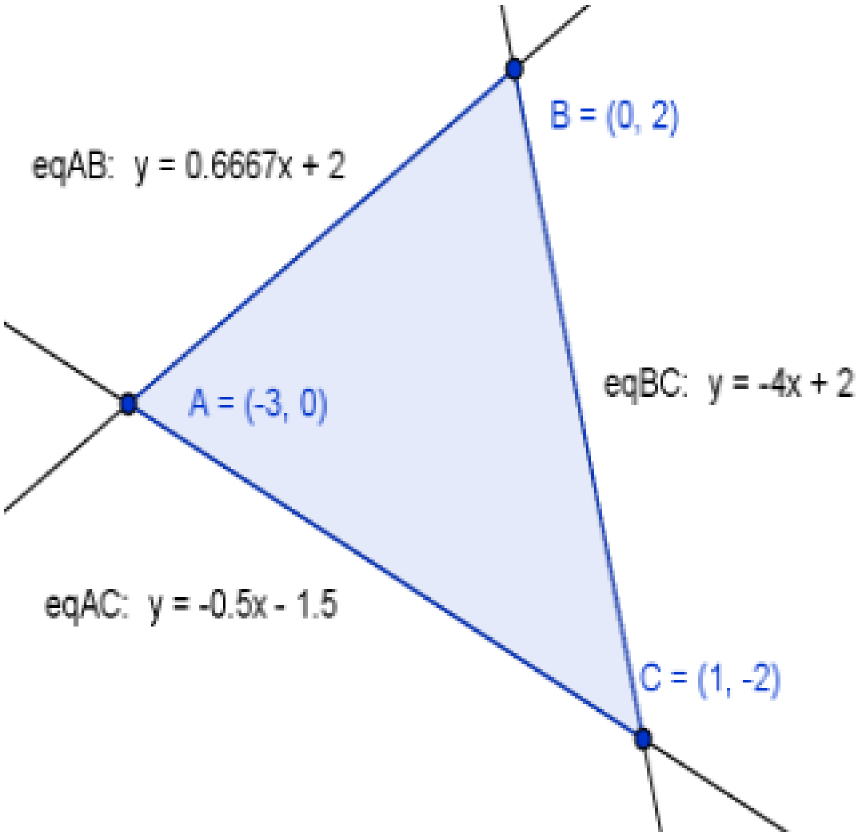
$$\left[\left[x = -\frac{5}{7}, y = \frac{4}{7}\right]\right]$$

$$evalf(Int3)$$

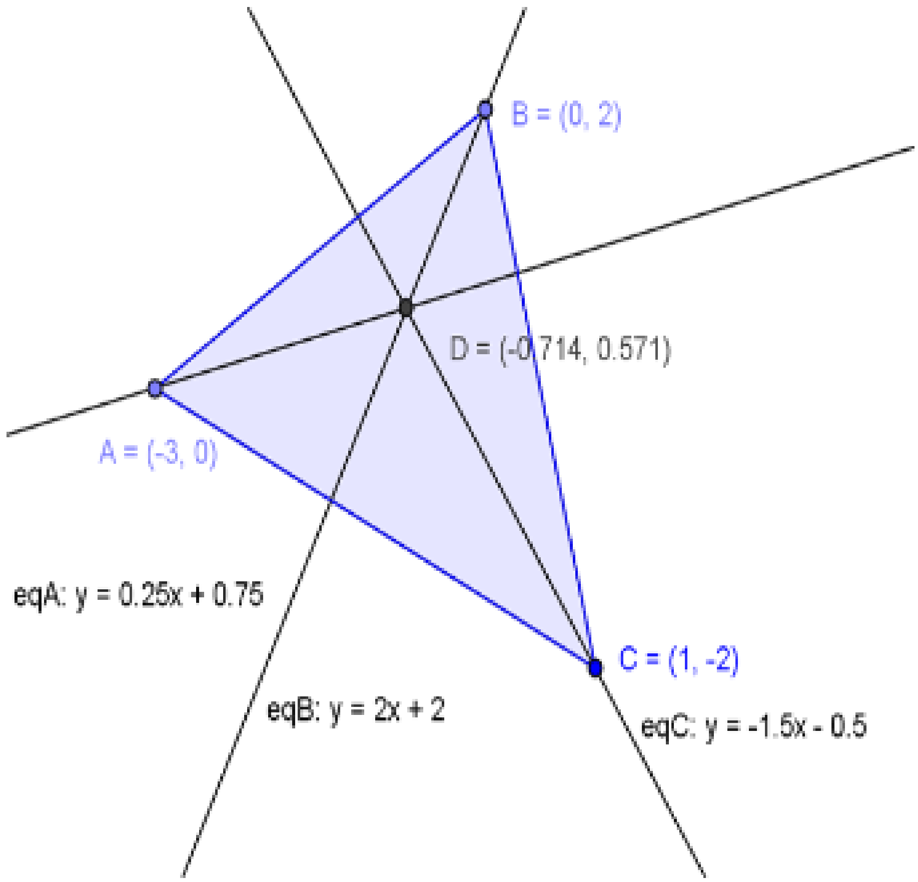
Calcular el valor aproximado de los puntos de intersección:

$$[[x = -0.7142857143, y = 0.5714285714]]$$

Solución dada por Geogebra. Ecuaciones de los lados del triángulo.




Solución dada por Geogebra: Ecuaciones de las alturas y punto de intersección.


B = (0, 2)
D = (-0.714, 0.571)
A = (-3, 0)
eqA: y = 0.25x + 0.75
C = (1, -2)
eqB: y = 2x + 2
eqC: y = -1.5x - 0.5