Ricardo Villafaña Figueroa
inn-edu.com
ricardo.villafana@gmail.com

Introducción al Cálculo Simbólico a través de Maple

Geometría

Ejemplo

Calcular el área del triángulo cuyos vértices son A (-1, 1), B (3, 4) y C (5, -1).

Primera solución

Dadas las coordenadas de los vértices, el área de un triángulo viene dada por la siguiente fórmula:

$$K = \frac{1}{2} \cdot \left| (y_1 - y_3) \cdot x_2 - (x_1 - x_3) \cdot y_2 + x_1 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_1 \right| :$$

$$k = \frac{1}{2} \left| -(y_1 - y_3)\, x_2 + (x_1 - x_3)\, y_2 - x_1\, y_3 + x_3\, y_1 \right|$$

Nota-

Para un punto P, $x1, y1$ es equivalente a P_1, P_2
Para un punto Q, $x2, y2$ es equivalente a Q_1, Q_2
Para un punto R, $x3, y3$ es equivalente a R_1, R_2

Definir una fórmula para el cálculo del área del triángulo:

$$K := (\mathrm{P}, \mathrm{Q}, \mathrm{R}) \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left| (P_2 - R_2) \cdot Q_1 - (P_1 - R_1) \cdot Q_2 + P_1 \cdot R_2 - R_1 \cdot P_2 \right| :$$

Definir los tres vértices del triángulo:

$$A := [-1, 1] : B := [3, 4] : C := [5, -1] :$$

Calcular el área del triángulo:

$$K(A, B, C)$$

$$13$$

Segunda solución

La fórmula $k = \frac{1}{2} \cdot \left| \left(y_1 - y_3\right) \cdot x_2 - \left(x_1 - x_3\right) \cdot y_2 + x_1 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_1 \right|$ es equivalente al *determinante* de:

$$|k| = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}:$$

Definir los tres vértices del triángulo:

$A := [-1, 1] : B := [3, 4] : C := [5, -1] :$

Definir la matriz:

$$M := \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & 1 \\ B_1 & B_2 & 1 \\ C_1 & C_2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Cargar el paquete de álgebra lineal para calcular el determinante de la matriz:

$with(LinearAlgebra) :$

Calcular el determinante:

$Determinante := Determinant(M)$

$$-26$$

Calcular el área del triángulo:

$Area := \frac{1}{2} |Determinante|$

$$13$$

Tercera solución

Se puede obtener el área de un triángulo en función de la longitud de cada uno de sus lados utilizando la fórmula de Herón:

$$K = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)} :$$

Donde a, b y c representan cada una de las longitudes del triángulo y s viene dada por la fórmula:

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c) :$$

Definir la fórmula para el cálculo de la semisuma de los lados:

$$s := (a,b,c) \rightarrow \frac{1}{2}(a+b+c) :$$

Definir la fórmula para el cálculo del área:

$$K := (s,a,b,c) \rightarrow \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$

Definir la fórmula para el cálculo de cada uno de los lados:

$$distancia := (P, Q) \rightarrow \sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} :$$

Calcular la longitud de cada uno de los lados del triángulo:

$$a := distancia(B, C) = \sqrt{29} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 5.3852$$

$$b := distancia(A, C) = 2\sqrt{10} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 6.3246$$

$$c := distancia(A, B) = 5$$

Calcular la semisuma:

$$semisuma := s(a, b, c) = \frac{1}{2}\sqrt{29} + \sqrt{10} + \frac{5}{2}$$

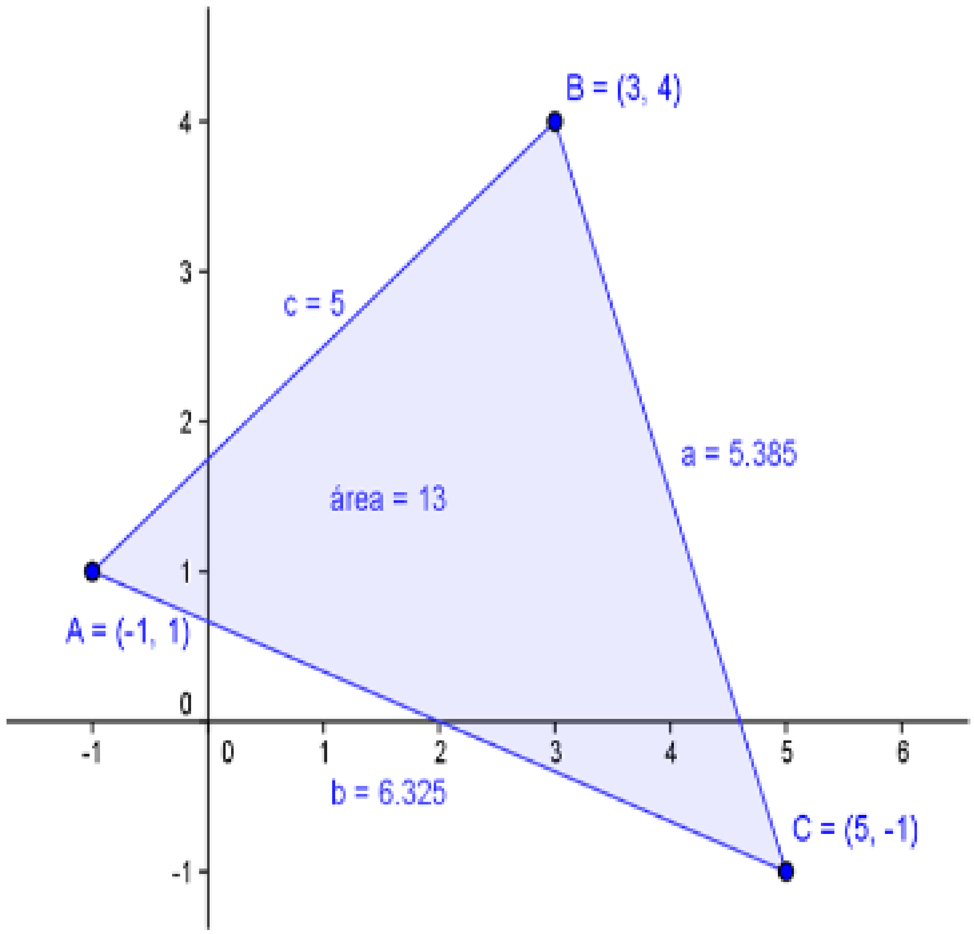
Calcular el área del triángulo:

$$area := K(semisuma, a, b, c)$$

$$\left(\left(\frac{1}{2}\sqrt{29} + \sqrt{10} + \frac{5}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\sqrt{29} + \sqrt{10} + \frac{5}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{29} - \sqrt{10} + \frac{5}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{29} + \sqrt{10} - \frac{5}{2}\right)\right)^{1/2}$$

$$simplify(area) = 13$$

Solución dada por Geogebra:



Solución dada por Geometry Expressions