Ricardo Villafaña Figueroa
inn-edu.com
ricardo.villafana@gmail.com

Aplicaciones del Maple en el Salón de Clases: Álgebra

Naturaleza de las raíces de una función cuadrática

Ecuación general de la ecuación de segundo grado:
$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

Encontrar las raíces de la ecuación de segundo grado:

Utilizamos la función *solve* para encontrar las raíces de la ecuación y almacenando el resultado obtenido en la variable *raíces*:

$$raices := solve\left(a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0, x\right)$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{a},\; -\frac{1}{2}\,\frac{b + \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{a}$$

La variable *raices* es una lista que contiene los dos valores devueltos por la función solve. Cada uno de estos valores lo almacenamos, respectivamente, en las variables *r1* y *2*:

$$r1 := raices[1] = \frac{1}{2}\,\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{a}$$

$$r2 := raices[2] = -\frac{1}{2}\,\frac{b + \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{a}$$

Analizar el valor de cada una de las dos raíces en las siguientes condiciones:
a) El valor del discriminante es igual a cero.
b) El valor del discriminante es menor que cero.
c) El valor del discriminante es menor que cero.

Primer caso: valor del discriminante es igual a cero

Definimos el discriminate en el variable *d*:

$$d := b^2 - 4\,a\,c:$$

¿Qué sucede cuando este discriminante es igual a cero?

$$d := 0:$$

$$r1 := \frac{1}{2}\,\frac{-b+\sqrt{d}}{a} = -\frac{1}{2}\,\frac{b}{a}$$

$$r2 := -\frac{1}{2}\,\frac{b+\sqrt{d}}{a} = -\frac{1}{2}\,\frac{b}{a}$$

Cuando el discriminante es igual a cero se obtienen dos raíces racionales iguales.

Segundo caso:valor del discriminante es menor que cero

Definimos el discriminate en el variable *d*:	$d := b^2 - 4\,a\,c$:
Asignamos a *d* un valor negativo (menos uno, por ejemplo)	$d := -1$:
¿Qué sucede cuando este discriminante es menor a cero?	$r1 := \frac{1}{2}\,\frac{-b+\sqrt{d}}{a} = \frac{1}{2}\,\frac{-b+\mathrm{I}}{a}$ $r2 := -\frac{1}{2}\,\frac{b+\sqrt{d}}{a} = -\frac{1}{2}\,\frac{b+\mathrm{I}}{a}$

Cuando el discriminante es menor a cero se obtienen dos raíces imaginarias.

Tercer caso:valor del discriminante es mayor a cero

Definimos el discriminate en el variable *d*:

$$d := b^2 - 4\,a\,c:$$

Asignamos a *d* un valor positivo (uno, por ejemplo)

$$d := 1:$$

¿Qué sucede cuando este discriminante es mayor a cero?

$$r1 := \frac{1}{2}\,\frac{-b+\sqrt{d}}{a} = \frac{1}{2}\,\frac{-b+1}{a}$$

$$r2 := -\frac{1}{2}\,\frac{b+\sqrt{d}}{a} = -\frac{1}{2}\,\frac{b+1}{a}$$

Cuando el discriminante es mayor a cero se obtienen dos raíces racionales diferentes.

Suma y producto de las raíces de una ecuación de segundo grado

Sumatoria de las dos raíces:

Definimos las variables r1 y r2 como las raíces de la ecuación:

$$r1 := \frac{1}{2}\,\frac{-b+\sqrt{b^2-4\,a\,c}}{a}:$$

$$r2 := -\frac{1}{2}\,\frac{b+\sqrt{b^2-4\,a\,c}}{a}:$$

Sumamos las dos variables y simplificamos el resultados

$$r1 + r2$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{-b+\sqrt{b^2-4\,a\,c}}{a} - \frac{1}{2}\,\frac{b+\sqrt{b^2-4\,a\,c}}{a}$$

$$simplify(r1 + r2) = -\frac{b}{a}$$

Producto de las dos raíces:

Definimos las variables r1 y r2 como las raíces de la ecuación:

$$r1 := \frac{1}{2}\,\frac{-b+\sqrt{b^2-4\,a\,c}}{a}:$$

$$r2 := -\frac{1}{2}\,\frac{b+\sqrt{b^2-4\,a\,c}}{a}:$$

Multiplicamos las dos variables y simplificamos el resultados

$$r1 \cdot r2$$

$$-\frac{1}{4}\,\frac{1}{a^2}\left(\left(-b+\sqrt{b^2-4\,a\,c}\right)\left(b+\sqrt{b^2-4\,a\,c}\right)\right)$$

$$simplify(r1 \cdot r2) = \frac{c}{a}$$

Ejemplo

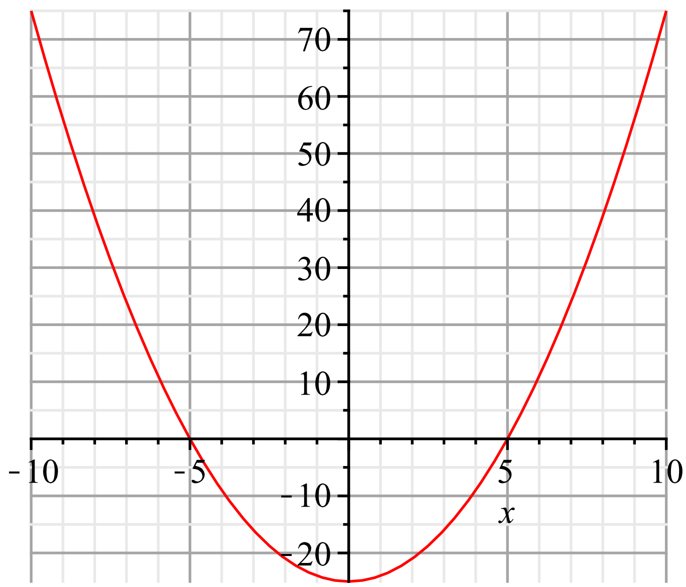
Dado el siguiente polinomio

$p := x^2 - 25$:

graficarlo, predecir el valor de las raíces a través del discriminante, obtener las raíces, comprobar el resultado obtenido sumando y multiplicando las raíces obtenidas.

Solución

$p \rightarrow$



Extracción de los coeficientes *a, b,* el término independiente *c* y el valor del discriminante de la ecuación dada:

Coeficiente a: $a := coeff(p, x, 2) = 1$

Coeficiente b: $b := coeff(p, x, 1) = 0$

Término independiente c: $c := coeff(p, x, 0) = -25$

Cálculo del discriminate: $d := b^2 - 4\, a\, c = 100$

A partir del cálculo del discriminante predecir el valor de las raíces:

```
if d < 0 then
      print("raíces imaginarias")
   elif d > 0 then
      print("raíces reales-diferentes")
   elif d = 0 then
      print("raíces reales-iguales")
   end if
```

"raíces reales-diferentes"

Enc ontrar el valor de las raíces; comprobar el resultado obtenido sumando y multiplicando las raíces obtenidas.

Resolviendo la ecuación para X y almacenando el resultado en *r*:

$r := solve(p, x)$

$5, -5$

Acceso a cada una de las raíces obtenidas:

$r1 := r[1] = 5$

$r2 := r[2] = -5$

Sumando las dos raíces obtenidas y comparándolas con el cociente $-\frac{b}{a}$

$simplify(\mathrm{r1} + \mathrm{r2}),\ -\frac{b}{a}$

$0, 0$

Multiplicando las dos raíces obtenidas y comparándolas con el cociente $\frac{c}{a}$

$simplify(\mathrm{r1} \cdot \mathrm{r2}),\ \frac{c}{a}$

$-25, -25$

Otra forma de verificar las igualdades:

$verify\left(simplify(\mathrm{r1} + \mathrm{r2}),\ -\frac{b}{a}, 'boolean'\right) = true$

$verify\left(simplify(\mathrm{r1} \cdot \mathrm{r2}),\ \frac{c}{a}, 'boolean'\right) = true$